

1M

ALGÈBRE

EXERCICES

2014

10. Calculer :

- a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{5} - \frac{3}{8} : \frac{5}{4}$; $\frac{7}{2} - \frac{1}{4} : \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{4}$
- b) $\frac{4}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} + 2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; $\frac{7}{3} : \frac{1}{3} - \frac{1}{8} \cdot 3 + \frac{1}{8} \cdot 2 - \frac{1}{4}$
- c) $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + 2 : \frac{5}{2}$; $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} : \frac{1}{2} + \frac{1}{4} : \frac{5}{3} + 2$
- d) $3 + \frac{4}{3} - \frac{1}{2} : \frac{1}{3} + 5 \cdot \frac{2}{3}$; $\frac{4}{3} \cdot \frac{6}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{8} : 5 + 1$
- e) $\frac{6}{5} + \frac{1}{2} \cdot 3 - \frac{1}{8} \cdot 2 + \frac{1}{4}$; $\frac{9}{2} - 4 + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{5} : \frac{1}{2}$
- f) $\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{3} : 2 + \frac{1}{5} : 3 - \frac{1}{4} : 5$; $\frac{8}{5} + \frac{8}{3} - \frac{1}{2} \cdot 3 - \frac{1}{3} : 2$
- g) $10 - \frac{3}{8} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot \frac{1}{5}$; $1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} : \frac{1}{4} - \frac{1}{8} : 3 + \frac{3}{2}$
- h) $\frac{7}{5} \cdot \frac{25}{14} - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{10} - \frac{1}{2}$; $\frac{7}{3} + 4 - \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$
- i) $\frac{3}{7} + \frac{1}{21} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} - \frac{1}{3} : \frac{7}{2} + 1$; $\frac{9}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} : \frac{8}{3} + 3$
- j) $\frac{10}{3} : \frac{4}{5} - \frac{5}{12} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{7}{5} + \frac{1}{25} : \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{30} \cdot 2$
- k) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} + 2 : \left(1 - \frac{1}{2}\right)$; $\frac{3}{4} : \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1$

Rép. a) $\frac{3}{10}$; $\frac{35}{12}$ b) $\frac{79}{24}$; $\frac{53}{8}$ c) $\frac{29}{30}$; $\frac{47}{20}$ d) $\frac{37}{6}$; 3
 e) $\frac{27}{10}$; $\frac{31}{30}$ f) $\frac{3}{5}$; $\frac{13}{5}$ g) $\frac{191}{24}$; $\frac{25}{8}$ h) 2 ; $\frac{199}{30}$
 i) $\frac{10}{7}$; $\frac{83}{16}$ j) $\frac{131}{24}$; $\frac{17}{10}$ k) $\frac{49}{12}$; $\frac{17}{12}$

11. Calculer :

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 3$

b) $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^2 + \frac{6}{8} - \frac{11}{3} \cdot \left(\frac{4}{8}\right)^2$

c) $\left[3\left(4 \cdot \frac{3}{2} - 1\right)\right] : 3 - \frac{5}{3}\left(3 \cdot \frac{5}{3} - 3\right) \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

d) $\frac{3}{2} + 1 : \left(1 + \frac{3}{9}\right) - \left(\frac{4}{3} + 1 : \frac{3}{2}\right)$

e) $1 : \left(2 - 3 \cdot \frac{1}{3}\right) + 4 : \left(4 + 3 \cdot \frac{7}{21}\right) - 2 : 5$

f) $\frac{8}{5} - \left[3 : \left(9 \cdot \frac{1}{3} + 4 \cdot \frac{1}{2}\right) + 5 : \left(9 \cdot \frac{1}{3} + 4 \cdot \frac{1}{2}\right)\right]$

g) $1 + 3 : \frac{14}{3} - \frac{1}{5} - \frac{31}{70}$

h) $\frac{2}{28} + \left(\frac{4}{3}\right)^2 \left(\frac{3}{14}\right)^2 \cdot \frac{14}{4} + \frac{8}{14} \cdot \left(\frac{6}{4}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}$

i) $3 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3 \cdot \frac{3}{2} \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \left(1 + \frac{1}{2}\right)^3$

j) $\frac{18}{3} : \left(3 + \frac{5}{3}\right) + 5 : \frac{1}{5} - \frac{15}{8} \cdot \frac{8}{7}$

k) $1 : \left(5 - \frac{2}{3}\right) + \frac{13}{25} \left(\frac{5}{13}\right)^2 \cdot \frac{1}{7}$

l) $3 : \left(2 - \frac{1}{3}\right) - 1 : \left[\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right]$

m) $30 \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 + 12 - 37 \left(2 - \frac{7}{6}\right)$

n) $\frac{4}{5} \left(2 \cdot \frac{5}{4} + 5\right) + 2 - 4 \left(3 \cdot \frac{5}{4} - 2\right)$

Rép. a) 1 b) 0 c) 3 d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{7}{5}$ f) 0 g) 1 h) 1
i) $\frac{39}{4}$ j) $\frac{169}{7}$ k) $\frac{22}{91}$ l) 0 m) 2 n) 1

12. Calculer :

1. $3 \cdot 9 + 2 \cdot (-3)^2 - 13 : 2$

2. $(-13) : 2 + 11 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3(-1)^3$

3. $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{10} + \left(\frac{1}{-2}\right)^3 - 5 \cdot (-2)^2$

4. $\frac{-3}{15} \cdot \frac{1}{3} + (-2)^3 \cdot \frac{-5}{21} - \frac{3}{35} \cdot \frac{2}{-6}$

5. $\frac{-2}{3} \cdot \frac{6}{-4} - \left(3 + (-6) - 2 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{-3} + \frac{1}{(-2)^2}$

6. $-(6 - 5 + \frac{3}{15} - (-4)) + \left(\frac{2}{3} - 2,5\right) - \frac{2}{6} : 5$

7. $\left(\frac{3}{4} - 3\right)^2 : \left(\frac{3}{4} - 2\right) - 3$

8. $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) : (-1)$

9. $\frac{4}{5} - \left(\frac{10}{3} - \left(\frac{1}{5} - 7\right)\right)$

10.
$$\frac{\frac{-3}{2} - \left(\frac{4}{-5}\right)^2}{2 - \frac{7}{3}}$$

11. $\left(\frac{-2}{7} + \frac{3}{-7}\right) : (-9) + \left((-5) \cdot \frac{-2}{-3}\right)^2$

12. $\frac{-2}{5} \cdot \frac{14}{-3} + \frac{1}{-4} \cdot \left(\frac{2}{3} - \left(-\frac{5}{-3}\right)\right)$

13. $\left(\frac{-2}{3} \cdot \frac{15}{4} + (-1)^3 \cdot \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{5} + 9$

14. $\left(\left(\left(\left(\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{-3}\right) : 4\right) : \frac{-4}{5}\right) \cdot 0,3\right) : 2$

Rép. 1) 38,5 2) -0,75 3) $-\frac{789}{40}$ 4) $\frac{28}{15}$ 5) $-\frac{7}{4}$ 6) $-\frac{71}{10}$ 7) $-\frac{141}{20}$
 8) $\frac{17}{60}$ 9) $-\frac{28}{3}$ 10) $\frac{321}{50}$ 11) $\frac{235}{21}$ 12) $\frac{127}{60}$ 13) $\frac{3}{2}$ 14) $\frac{25}{576}$

ENS

0.1 Compléter avec $\in$ ou $\notin$:

$$\begin{array}{ccccccc} 2 \dots \mathbb{N} & -5 \dots \mathbb{N} & 2,5 \dots \mathbb{R} & 2,5 \dots \mathbb{Q} & 2,5 \dots \mathbb{Z} & -3 \dots \mathbb{Z} & -\frac{1}{3} \dots \mathbb{Z} \\ -\frac{1}{3} \dots \mathbb{Q} & 2,71 \dots \mathbb{Q} & -2,5 \dots \mathbb{R}_+ & \frac{4}{2} \dots \mathbb{N} & -7 \dots \mathbb{Q} & -\frac{30}{10} \dots \mathbb{Z} & 0,\bar{3} \dots \mathbb{Q} \end{array}$$

0.2 Compléter avec $\subset$ ou $\not\subset$:

$$\begin{array}{cccc} \{0; 3; 5\} \dots \mathbb{N} & \mathbb{Z} \dots \mathbb{N} & \mathbb{Z} \dots \mathbb{Q} & \mathbb{N} \dots \mathbb{Q}_+ \\ \{0\} \dots \mathbb{R}_+ & \mathbb{Z}_- \dots \mathbb{R} & \{-2,5; 17\} \dots \mathbb{R}_+ & \{0; \pi\} \dots \mathbb{R}_+^* \\ \mathbb{N} \dots \mathbb{Z}^* & \{0\} \dots \mathbb{R} & \mathbb{R} \dots \mathbb{Q} & \{\frac{3}{5}; 5,1\} \dots \mathbb{Q} \end{array}$$

0.3 Représenter les ensembles suivants dans un diagramme de Venn (« patates » !) :

- $A = \{2; 3; 4; 7; 8; 11\}$, $B = \{3; 5; 6; 7; 8\}$, $C = \{3; 4; 5; 9; 10\}$
- $E = \{-7; -3; 0; 2; 5\}$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$
- D_{12} = ensemble des diviseurs de 12, D_{45} = ensemble des diviseurs de 45

1. Soit les ensembles $A = \{0; 1\}$, $B = \{0; 1; 2\}$, $C = \{0; 1; 3\}$. A leur sujet, on peut écrire :

$$\begin{array}{ccc} A \subset A & B \not\subset A & C \not\subset A \\ A \subset B & B \subset B & C \not\subset B \\ A \subset C & B \not\subset C & C \subset C \end{array}$$

Faire un tableau analogue pour :

- $E = \{8; 10\}$, $F = \{8; 10; 12\}$, $G = \{8; 10; 12; 14\}$.
- $K = \{0; 4\}$, $L = \{0; 3\}$, $M = \{0\}$.
- $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Rép.} & E \subset E & F \not\subset E & G \not\subset E & K \subset K & L \not\subset K & M \subset K & \mathbb{Z} \subset \mathbb{Z} & \mathbb{Q} \not\subset \mathbb{Z} & \mathbb{R} \not\subset \mathbb{Z} \\ & E \subset F & F \subset F & G \not\subset F & K \not\subset L & L \subset L & M \subset L & \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} & \mathbb{Q} \subset \mathbb{Q} & \mathbb{R} \not\subset \mathbb{Q} \\ & E \subset G & F \subset G & G \subset G & K \not\subset M & L \not\subset M & M \subset M & \mathbb{Z} \subset \mathbb{R} & \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} & \mathbb{R} \subset \mathbb{R} \end{array}$$

2. Si A , B et C sont trois ensembles, que peut-on déduire de :

- $A \subset B$ et $B \subset C$?
- $A \subset B$ et $B \subset C$ et $C \subset A$?

ENS

3. Soit $A = \{0 ; 1 ; 2 ; 8 ; 11\}$, $B = \{1 ; 2 ; 6 ; 7 ; 9\}$ et $C = \{2 ; 5 ; 6 ; 7 ; 10 ; 11 ; 12\}$.

Représenter A, B, C et leurs éléments au moyen d'un diagramme de Venn, puis donner une notation énumérative des ensembles suivants :

$A \cap B$, $B \cap C$, $A \cap C$, $A \cap B \cap C$, $A \cup B$, $B \cup C$, $A \cup C$, $A \cup B \cup C$.

Rép. $A \cap B = \{1 ; 2\}$ $A \cup B = \{0 ; 1 ; 2 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 11\}$
 $B \cap C = \{2 ; 6 ; 7\}$ $B \cup C = \{1 ; 2 ; 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12\}$
 $A \cap C = \{2 ; 11\}$ $A \cup C = \{0 ; 1 ; 2 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 10 ; 11 ; 12\}$
 $A \cap B \cap C = \{2\}$ $A \cup B \cup C = \{0 ; 1 ; 2 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12\}$

4. Préciser quels sont les ensembles suivants :

1) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$, $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}$, $\mathbb{N} \cup \mathbb{N}$, $\mathbb{Z} \cap \mathbb{Z}$

2) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}^*$, $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^*$, $\mathbb{N}^* \cap \mathbb{Z}$, $\mathbb{N}^* \cup \mathbb{Z}$

3) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z}$, $\mathbb{Q} \cap \mathbb{N}$, $\mathbb{Q} \cap \mathbb{R}$, $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z}$

Rép. 1) $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ 2) $\mathbb{N}^*$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{N}^*$, $\mathbb{Z}$ 3) $\mathbb{Q}$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Z}$

5.—

- 1) Si $A \subset B$, que peut-on dire de $A \cap B$?
- 2) Si $C \cap D = \emptyset$, que peut-on dire de $C \cap D \cap E$?
- 3) Si $F \cup G = G$, que peut-on dire de F et G ?
- 4) Si $H \cup J = \emptyset$, que peut-on dire de H et J ?
- 5) Si $K \cap L = L$, que peut-on dire de K et L ?
- 6) Si $M \cup N = \emptyset$, que peut-on dire de $M \cup N \cup P$?
- 7) Si $Q \subset R$, que peut-on dire de $Q \cup R$?
- 8) Si $S \subset T$ et $T \subset S$, que peut-on dire de S et T ?
- 9) Si $U \subset \emptyset$, que peut-on dire de U ?

Rép. 1) $A \cap B = A$ 2) $C \cap D \cap E = \emptyset$ 3) $F \subset G$
4) $H = J = \emptyset$ 5) $L \subset K$ 6) $M \cup N \cup P = P$
7) $Q \cup R = R$ 8) $S = T$ 9) $U = \emptyset$

ENS

6. On considère les sous-ensembles suivants de $\mathbb{N}$:

$$A = \{4; 5; 6; 7\} \quad B = \{2; 3; 6; 7\} \quad C = \{1; 3; 5; 7\}$$

Représenter A , B et C par un diagramme de Venn, puis donner une notation énumérative pour les ensembles suivants :

- a) $A - B, B - A, C - B$
- b) $(A \cup B) - C, B - (C \cup A), (B \cap C) - A$
- c) $(A \cup C) - (A \cap C), (B \cup C) - B, (A \cap B) - (B \cap C)$

Rép. a) $\{4; 5\}, \{2; 3\}, \{1; 5\}$
b) $\{2; 4; 6\}, \{2\}, \{3\}$
c) $\{1; 3; 4; 6\}, \{1; 5\}, \{6\}$

7. A et B étant deux ensembles, que peut-on dire de $A - B$ et de $B - A$ si :

- 1) $A \cap B = \emptyset$? 2) $A \subset B$? 3) $A = B$? 4) $A = \emptyset$?

Rép. 1) A, B 2) $\emptyset, \mathbf{C}_B A$ 3) $\emptyset, \emptyset$ 4) $\emptyset, B$

8. Dans $\mathbb{R}$. Préciser quels sont les ensembles suivants :

- 1) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^*, \mathbb{R} - \emptyset, \mathbb{R} - \mathbb{R}_-, \mathbb{R} - \mathbb{R}_+^*$
- 2) $\mathbb{Z} - \emptyset, \mathbb{Z} - \mathbb{Z}^*, \mathbb{Z} - \mathbb{Z}_+, \mathbb{Z}_+ - \mathbb{Z}_+^*$

Rép. 1) $\{0\}, \mathbb{R}, \mathbb{R}_+^*, \mathbb{R}_+$ 2) $\mathbb{Z}, \{0\}, \mathbb{Z}_-^*, \{0\}$

9. Dans $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, on considère les sous-ensembles suivants :

$$B = \{0; 2; 4; 6\} \quad C = \{2; 4\} \quad D = \{0; 1; 2; 4; 5; 6\} \quad E = \{0; 2; 6\}$$

Donner une notation énumérative pour les ensembles $\mathbf{C}_A B, \mathbf{C}_A C, \mathbf{C}_B C, \mathbf{C}_D E$.

Rép. $\{1; 3; 5\}, \{0; 1; 3; 5; 6\}, \{0; 6\}, \{1; 4; 5\}$

10. Préciser quels sont les sous-ensembles suivants de $\mathbb{R}$:

- 1) $\mathbf{C}_{\mathbb{R}} \mathbb{R}_+, \mathbf{C}_{\mathbb{R}} \mathbb{R}_+^*, \mathbf{C}_{\mathbb{R}} \mathbb{R}, \mathbf{C}_{\mathbb{R}} \mathbb{R}^*$
- 2) $\mathbf{C}_{\mathbb{Z}} \{0\}, \mathbf{C}_{\mathbb{Z}} \emptyset, \mathbf{C}_{\mathbb{Z}} \mathbb{N}, \mathbf{C}_{\mathbb{Z}} \mathbb{N}^*$

Rép. 1) $\mathbb{R}_-^*, \mathbb{R}_-, \emptyset, \{0\}$ 2) $\mathbb{Z}^*, \mathbb{Z}, \mathbb{Z}_-^*, \mathbb{Z}_-$

ENS

12. Trouver les ensembles A et B sachant que l'on a :

$$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$$

$$A \cap B = \{4; 6; 9\}$$

$$A \cup \{3; 4; 5\} = \{1; 3; 4; 5; 6; 8; 9\}$$

$$B \cup \{2; 4; 8\} = \{2; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$$

13. Simplifier les expressions suivantes, dans lesquelles A , B et C désignent des ensembles non vides.

1) $A \cup (B \cup A)$

2) $A \cap (B \cup A)$

3) $(A \cup B) \cup (C \cup A)$

4) $(A - B) \cup A$

5) $(A - B) - B$

6) $A \cup (A - B)$

7) $(A - B) \cap (B - A)$

8) $A - (A - B)$

Rép. 1) $A \cup B$ 2) A 3) $A \cup B \cup C$ 4) A 5) $A - B$ 6) A 7) $\emptyset$ 8) $A \cap B$

14. Déterminer, s'il existe, le plus petit ensemble X tel que :

1) $X \cap \{0; -1; 2\} = \{-1; 2\}$

2) $\{2; 6; 7; 8\} - X = \{7; 8\}$

3) $X \cup \{1; 3; 5; 6\} = \{1; 3; 5\}$

4) $\{1; 3; 5\} \cap X = X$

5) $\mathbb{R}_+^* \cup X = \mathbb{R}$

6) $\mathbb{R} - X = \mathbb{Z}$

7) $\mathbb{R} \cap X = \mathbb{R}_-$

8) $X - \{-1; 0; 1\} = \{-1; 0\}$

Rép. 1) $\{-1; 2\}$ 2) $\{2; 6\}$ 3) impossible 4) $\emptyset$
5) $\mathbb{R}_-$ 6) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ 7) $\mathbb{R}_-$ 8) impossible

15. On considère $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Enumérer les éléments des sous-ensembles suivants de U :

$$A = \{x \in U \mid x \text{ est pair et } x+1 \text{ est premier}\}$$

$$B = \{x \in U \mid x \text{ divise } 30 \text{ et } x \text{ est impair}\}$$

$$C = \{x \in U \mid 1 < x^2 < 20\}$$

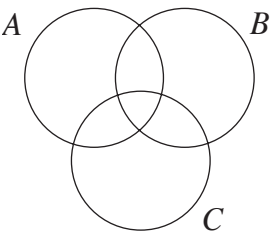
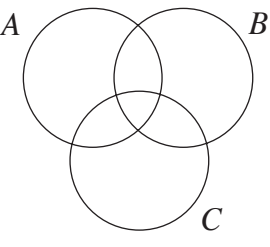
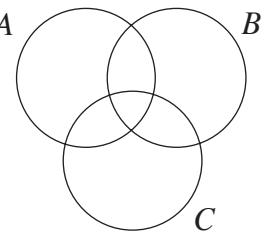
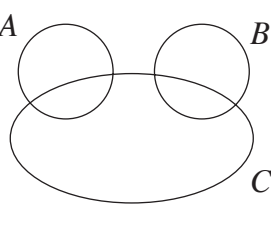
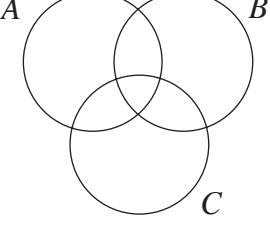
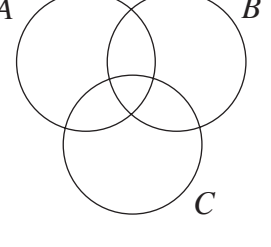
$$D = \{x \in U \mid x^2 \leq x\}$$

$$E = \{x \in U \mid x^2 - 7x + 10 < 0\}$$

Rép. $A = \{2; 4; 6\}$ $B = \{1; 3; 5\}$ $C = \{2; 3; 4\}$ $D = \{1\}$ $E = \{3; 4\}$

ENS

16. Dans les diagrammes de Venn ci-dessous, hachurer les parties correspondant aux expressions indiquées.

$(A \cap B) - C$	$((A \cup B) - (A \cap B)) - C$	$(\bar{A} \cup \bar{B}) \cup C$
		
$(C - (A \cup B)) \cup (A - C)$	$A \cap (B \cup C)$	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$
		

17. (Formules de Morgan) A et B étant des sous-ensembles de E , montrer au moyen d'un hachurage que :

a) Le complémentaire de la réunion est l'intersection des complémentaires :

$$C_E(A \cup B) = (C_E A) \cap (C_E B)$$

b) Le complémentaire de l'intersection est la réunion des complémentaires :

$$C_E(A \cap B) = (C_E A) \cup (C_E B)$$

18. Un professeur a parié que, dans une classe de 30 élèves, moins de 3 d'entre eux écriraient correctement le mot PYRRHONISME. La dictée a donné les résultats suivants :

- 14 élèves ont écrit I au lieu de Y ; 17 élèves n'ont mis qu'un R ; 12 élèves ont omis le H.
- Il y eut 7 "pirhonisme", 5 "pyrronisme", 2 "pirronisme", 1 "pironisme".
- Il n'y eut pas d'autres fautes que celles sur le Y, les R et le H.

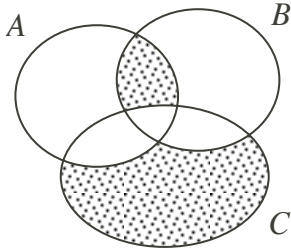
Pari perdu ?

Rép. Seuls deux élèves ont écrit le mot correctement

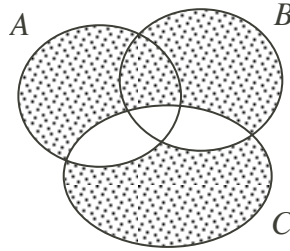
ENS

19. On considère les diagrammes de Venn ci-dessous. Au moyen des symboles $\cup$, $\cap$ et $-$, définir les ensembles grisés.

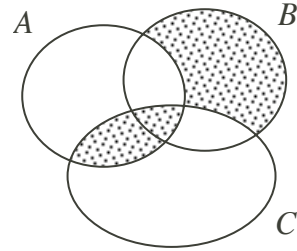
1)



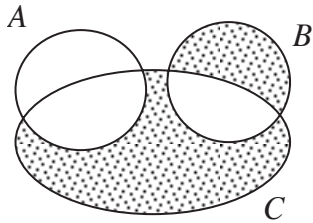
2)



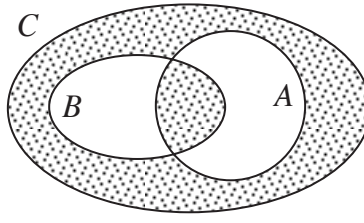
3)



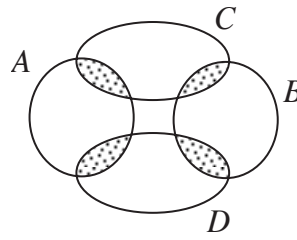
4)



5)



6)



Rép. 1) $((A \cap B) - C) \cup (C - (A \cup B))$

2) $((A \cup B) - C) \cup (C - (A \cup B))$

3) $(A \cap C) \cup (B - (A \cup C))$

4) $(C \cup B) - (A \cup (B \cap C))$

5) $C - ((B - A) \cup (A - B))$

6) $(A \cup B) \cap (C \cup D)$

20. Les propositions suivantes sont-elles vraies ?

1) $3 \in [3; 7]$

2) $\frac{7}{8} \in \left[\frac{1}{2}; \frac{10}{3}\right]$

3) $7 \notin [6; 7[$

4) $6 \in]6; 7]$

5) $7 \in]6; 7[$

6) $\mathbb{R}_- =]-\infty; 0]$

7) $\mathbb{R}_+^* = [0; +\infty[$

8) $3 \in A \Rightarrow \{3\} \subset A$

Rép. 1) vrai 2) vrai 3) vrai 4) faux 5) faux 6) vrai 7) faux 8) vrai

ENS

21. Ecrire les sous-ensembles suivants de $\mathbb{R}$ sous forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalles.

$$A = \{ x \mid -3 \leq x \leq 5 \}$$

$$B = \{ x \mid 2 < x \leq 7 \}$$

$$C = \{ x \mid -5 < x < 7 \}$$

$$D = \{ x \mid 0 \leq x \}$$

$$E = \{ x \mid x^2 = -1 \}$$

$$F = \{ x \mid 2x - 1 \leq 0 \}$$

$$G = \{ x \mid x - 1 > 0 \}$$

$$H = \{ x \mid x^2 (x - 2) \leq 0 \}$$

$$I = \{ x \mid 2x - 4 \leq 0 \text{ et } x > -1 \}$$

$$J = \{ x \mid |x| \leq 1 \}$$

$$K = \{ x \mid 2x \leq 2x \}$$

$$L = \{ x \mid 5 < |x| < 7 \}$$

Rép. $A = [-3; 5]$ $B =]2; 7]$ $C =]-5; 7[$ $D = [0; +\infty[$
 $E = \emptyset$ $F =]-\infty; \frac{1}{2}]$ $G =]1; +\infty[$ $H =]-\infty; 2]$
 $I =]-1; 2]$ $J = [-1; 1]$ $K = \mathbb{R}$ $L =]-7; -5[\cup]5; 7[$

22. On donne trois intervalles I, J, K de $\mathbb{R}$.

Déterminer $I \cap J$, $I \cap K$, $I - (J \cup K)$, $(I - J) \cup (I - K)$, $I \cap \mathbb{Z}$, $(J - K) \cap \mathbb{Z}$:

1) $I = [-3; 4[$; $J = [-2; 0[$; $K =]-5; 3]$ 2) $I =]-4; 2]$; $J = [-2; 3]$; $K =]-3; 1[$

Rép. 1) $[-2; 0[$, $[-3; 3]$, $]3; 4[$, $[-3; -2[\cup [0; 4[$, $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$, $\emptyset$
 2) $[-2; 2]$, $] -3; 1[$, $] -4; -3]$, $] -4; -2[\cup [1; 2]$,
 $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$, $\{1; 2; 3\}$

23. Dans une classe, on a recensé les élèves quant à leurs loisirs : musique, sport, ciné-club. On a obtenu les résultats suivants :

- a) 9 élèves font seulement du sport ;
- b) 20 élèves font de la musique ou vont au ciné-club, éventuellement les deux ;
- c) 6 élèves font du sport et vont au ciné-club ;
- d) 18 élèves font du sport ;
- e) 2 élèves participent aux trois activités ;
- f) 7 élèves participent à deux activités exactement ;
- g) 12 élèves ne font pas de sport ;
- h) 19 élèves font soit de la musique, soit du sport, mais pas les deux.

Trouver l'effectif de la classe, le nombre d'élèves qui font de la musique et le nombre d'élèves qui vont au ciné-club.

Rép. 30 ; 11 ; 11

24. Montrer que les nombres suivants appartiennent à $\mathbb{Q}$: a) $2,\overline{57}$ b) $0,\overline{312}$ c) $2,3\overline{12}$.

25. a) Montrer que $\sqrt{2}$ n'appartient pas à $\mathbb{Q}$.
 b) Idem pour $\sqrt{6}$.

ENS

26. Démontrer que : 1) $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$
2) $A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B$

27. Soit $E = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots ; n\}$, où $n \in \mathbb{N}^*$. Compter le nombre de sous-ensembles de E .

Rép. 2^n

40. Soit $A = \{2 ; 3 ; 4 ; 5\}$ et $B = \{7 ; 8 ; 9\}$. Donner une notation énumérative pour :

- 1) $A \times B$ 2) $B \times A$ 3) $B \times B$ 4) $\emptyset \times A$ 5) $\mathbb{N} \times B$ 6) $A \times \{0\}$

Rép.

- 1) $\{(2;7), (2;8), (2;9), (3;7), (3;8), (3;9), (4;7), (4;8), (4;9), (5;7), (5;8), (5;9)\}$
2) $\{(7;2), (7;3), (7;4), (7;5), (8;2), (8;3), (8;4), (8;5), (9;2), (9;3), (9;4), (9;5)\}$
3) $\{(7;7), (7;8), (7;9), (8;7), (8;8), (8;9), (9;7), (9;8), (9;9)\}$
4) $\emptyset$
5) $\{(0;7), (0;8), (0;9), (1;7), (1;8), (1;9), (2;7), (2;8), (2;9), \dots\}$
6) $\{(2;0), (3;0), (4;0), (5;0)\}$

41. Se peut-il que, pour deux ensembles A et B , on ait $A \times B = B \times A$?

42. Soit les ensembles $A = \{a ; b\}$ et $B = \{1 ; 2 ; 3\}$.
Citer les éléments de $A \times A$, $B \times B$, $A \times B$, $B \times A$.

Rép. $A \times A = \{(a ; a), (a ; b), (b ; a), (b ; b)\}$
 $B \times B = \{(1 ; 1), (1 ; 2), (1 ; 3), (2 ; 1), (2 ; 2), (2 ; 3), (3 ; 1), (3 ; 2), (3 ; 3)\}$
 $A \times B = \{(a ; 1), (a ; 2), (a ; 3), (b ; 1), (b ; 2), (b ; 3)\}$
 $B \times A = \{(1 ; a), (1 ; b), (2 ; a), (2 ; b), (3 ; a), (3 ; b)\}$

43. $(a ; b)$ et $(c ; b)$ sont deux couples de $E \times E$. Ecrire les sept couples qui manquent, étant admis que $a \neq b$, $b \neq c$ et $c \neq a$.

Rép. $(a ; a), (a ; c), (b ; a), (b ; b), (b ; c), (c ; a), (c ; c)$

ENS

44. Déterminer x et y tels que :

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| 1) $(3x; 5) = (-12; 2y)$ | 2) $(2x+3; 5) = (y; 13x-3y)$ |
| 3) $(2x-3y; y-2) = (y; x)$ | 4) $(3x; x-2y) = (2y+2; -10)$ |

Rép. 1) $(x; y) = (-4; \frac{5}{2})$ 2) $(x; y) = (2; 7)$ 3) $(x; y) = (-4; -2)$ 4) $(x; y) = (6; 8)$

45. Démontrer que $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

46. Dans un repère Oxy , représenter les sous-ensembles suivants de $\mathbb{R}^2$. Les écrire sous forme d'un produit cartésien quand cela est possible.

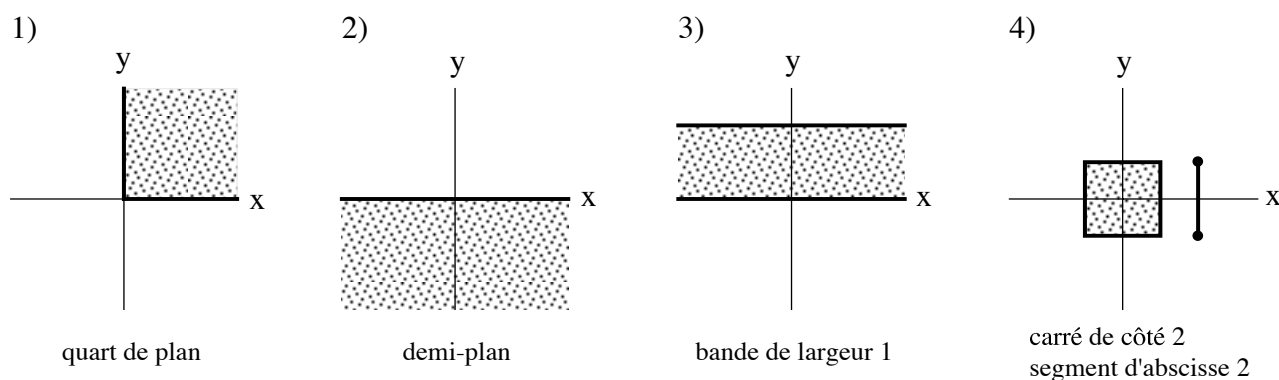
- | | |
|--|--|
| A = $\{ (x; y) \mid y = 1 \}$ | B = $\{ (x; y) \mid x = -2 \}$ |
| C = $\{ (x; y) \mid y \geq 0 \}$ | D = $\{ (x; y) \mid -1 \leq y \leq 1 \}$ |
| E = $\{ (x; y) \mid -3 \leq x < 3 \text{ et } y \geq 0 \}$ | F = $\{ (x; y) \mid y = x \}$ |
| G = $\{ (x; y) \mid y \geq x \}$ | H = $\{ (x; y) \mid y = x \}$ |
| I = $\{ (x; y) \mid x < 2 \text{ et } y < 1 \}$ | J = $\{ (x; y) \mid y = x \}$ |

Rép. $A = \mathbb{R} \times \{1\}$ $B = \{-2\} \times \mathbb{R}$ $C = \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$ $D = \mathbb{R} \times [-1; 1]$
 $E = [-3; 3[\times \mathbb{R}_+$ $I =]-2; 2[\times]-1; 1[$

47. Dans un repère Oxy , représenter les sous-ensembles suivants de $\mathbb{R}^2$.

- | | |
|--|--|
| A = $]1; 2[\times [0; 1]$ | B = $\{-1; 0; 1\} \times]-2; 2]$ |
| C = $] -1; 2[\times \{0; 1; 2\}$ | D = $([-2; 0] \cup \{1\}) \times]0; 3[$ |
| E = $[-3; 3[\times]-3; 3]$ | F = $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_-$ |
| G = $\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+^*$ | H = $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$ |
| I = $\{0\} \times \mathbb{R}_-$ | J = $\mathbb{R} \times \{0; 1\}$ |

48. On donne les représentations graphiques de sous-ensembles de $\mathbb{R}^2$. Exprimer ceux-ci sous forme d'un produit cartésien.



Rép. 1) $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$ 2) $\mathbb{R} \times \mathbb{R}_-$ 3) $\mathbb{R} \times [0; 1]$ 4) $([-1; 1] \cup \{2\}) \times [-1; 1]$

FA

1. Factoriser :

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $2x^3 + x^2$ | 2) $2x^3 + 4x^2y + 10x^2$ |
| 3) $6ax^2 + 18a^2x - 3ax$ | 4) $4x^2 - 9$ |
| 5) $25 - 16x^4$ | 6) $x^2 + 9$ |
| 7) $18x^3 - 2x$ | 8) $a^2b - 4b^3$ |
| 9) $9x^2 + 12x + 4$ | 10) $a^2 + 4ax + 4x^2$ |

Rep.

1. $x^2(2x+1)$ 2. $2x^2(x+2y+5)$ 3. $3ax(2x+6a-1)$
4. $(2x-3)(2x+3)$ 5. $(\sqrt{5}-2x)(\sqrt{5}+2x)(5+4x^2)$
6. impossible 7. $2x(3x-1)(3x+1)$ 8. $b(a-2b)(a+2b)$
9. $(3x+2)^2$ 10. $(a+2x)^2$

2.—

Factoriser :

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 1) $2x^2 + 4x + 2$ | 5) $3x^3y + 3xy^3$ |
| 2) $4x^3 + 4x^2 + x$ | 6) $a - 6a^2b + 9a^3b^2$ |
| 3) $2a^3 - 8a^2x + 8ax^2$ | 7) $x^2 + 8x + 15$ |
| 4) $98 - 8x^2$ | 8) $5x^2 + 5x - 30$ |

Rep.

1. $2(x+1)^2$ 2. $x(2x+1)^2$ 3. $2a(a-2x)^2$
4. $2(7-2x)(7+2x)$ 5. $3xy(x^2+y^2)$ 6. $a(1-3ab)^2$
7. $(x+3)(x+5)$ 8. $5(x-2)(x+3)$

FA

3. Factoriser :

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 1) $x^2 + 5x + 6$ | 2) $x^2 - 5x + 6$ |
| 3) $y^2 + 15y + 56$ | 4) $z^2 - 2z - 3$ |
| 5) $z^2 + z - 20$ | 6) $2x^2 + 14x + 24$ |
| 7) $3x^2 - 30x + 63$ | 8) $3xy^2 - 9xy - 30x$ |
| 9) $x^2 - (a+b)x + ab$ | 10) $x^2 + (a-b)x - ab$ |

- Rép.* 1) $(x+2)(x+3)$ 2) $(x-2)(x-3)$ 3) $(y+7)(y+8)$ 4) $(z-3)(z+1)$
5) $(z-4)(z+5)$ 6) $2(x+3)(x+4)$ 7) $3(x-3)(x-7)$
8) $3x(y-5)(y+2)$ 9) $(x-a)(x-b)$ 10) $(x+a)(x-b)$

4. Factoriser : (poser $u = x^2$)

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| 1) $x^4 + 3x^2 + 2$ | 2) $x^4 - 2x^2 - 8$ |
| 3) $x^4 + 20x^2 + 91$ | 4) $4x^4 + 24x^2 - 108$ |

- Rép.* 1) $(x^2 + 1)(x^2 + 2)$ 2) $(x-2)(x+2)(x^2 + 2)$
3) $(x^2 + 7)(x^2 + 13)$ 4) $4(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x^2 + 9)$

5. Factoriser :

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 1) $-4x^2 - 12x - 9$ | 2) $2x^2 - 32$ |
| 3) $9x^2 - 7$ | 4) $3t^5 - 30t^3 + 75t$ |
| 5) $x^{12} + 2x^6 - 3$ | 6) $x^8 + x^4 - 20$ |
| 7) $x^2 + ax - 6a^2$ | 8) $x^8 - 17x^4 + 16$ |

- Rép.* 1) $-(2x+3)^2$ 2) $2(x-4)(x+4)$ 3) $(3x - \sqrt{7})(3x + \sqrt{7})$
4) $3t(t - \sqrt{5})^2(t + \sqrt{5})^2$ 5) $(x^6 + 3)(x^3 - 1)(x^3 + 1)$
6) $(x^4 + 5)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x^2 + 2)$ 7) $(x + 3a)(x - 2a)$
8) $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)(x^2 + 1)(x^2 + 4)$

FA

6. Factoriser :

- | | |
|--------------------------|----------------------------------|
| 1) $2(x+1)+3x(x+1)$ | 2) $3a(x-5)-2b(x-5)+(x-5)$ |
| 3) $a^2(5x+2)-b^2(5x+2)$ | 4) $(3x^2-5)-5x(3x^2-5)$ |
| 5) $2x(a+b)+3y(a+b)-a-b$ | 6) $3(x-y)-2a(y-x)$ |
| 7) $a(x+1)-x-1+7(1+x)$ | 8) $2x(3a-b)+3y(b-3a)-b+3a$ |
| 9) $x^2(2x-1)+y^2(1-2x)$ | 10) $x^2(b-a)+y^2(b-a)+2xy(a-b)$ |

- Rép.* 1) $(x+1)(2+3x)$ 2) $(x-5)(3a-2b+1)$ 3) $(5x+2)(a-b)(a+b)$
 4) $(\sqrt{3}x-\sqrt{5})(\sqrt{3}x+\sqrt{5})(1-5x)$ 5) $(a+b)(2x+3y-1)$ 6) $(x-y)(3+2a)$
 7) $(x+1)(a+6)$ 8) $(3a-b)(2x-3y+1)$ 9) $(2x-1)(x-y)(x+y)$
 10) $(b-a)(x-y)^2$

7. Factoriser par la méthode des groupements :

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $xy+xz+2y+2z$ | 2) $3x^2+2xy+6x+4y$ |
| 3) $x^2+xy+2x+2y$ | 4) $4xz-4xy+3z^2-3zy$ |
| 5) $12xy-16x+27y-36$ | 6) $xy+xz-3y-3z$ |
| 7) $yz+5z-y^2-5y$ | 8) $8x^2-4xy-6x+3y$ |
| 9) $15y^2-5yz-6y+2z$ | 10) $20xy+4y-5x-1$ |
| 11) $10xz-10z-x^2+x$ | 12) $6x^2-5xz-6x+5z$ |
| 13) $1+x^2+y^2+x^2y^2$ | 14) y^3-y-y^2+1 |
| 15) $x^2+xy+xz+yz$ | 16) $x^3+3y^3+3x^2y+xy^2$ |
| 17) $xy-zy+xu-zu-xz+z^2$ | 18) $x^2-xy+xz-x+y-z$ |
| 19) $1+x+x^2+x^3+x^4+x^5$ | 20) $1-x+x^2-x^3+x^4-x^5$ |

- Rép.* 1) $(y+z)(x+2)$ 2) $(3x+2y)(x+2)$ 3) $(x+y)(x+2)$ 4) $(z-y)(4x+3z)$
 5) $(3y-4)(4x+9)$ 6) $(y+z)(x-3)$ 7) $(y+5)(z-y)$ 8) $(2x-y)(4x-3)$
 9) $(3y-z)(5y-2)$ 10) $(5x+1)(4y-1)$ 11) $(x-1)(10z-x)$ 12) $(6x-5z)(x-1)$
 13) $(1+y^2)(1+x^2)$ 14) $(y-1)^2(y+1)$ 15) $(x+y)(x+z)$ 16) $(x+3y)(x^2+y^2)$
 17) $(x-z)(y+u-z)$ 18) $(x-1)(x-y+z)$
 19) $(1+x)(1+x^2+x^4)=(1+x)(1+x^2-x)(1+x^2+x)$
 20) $(1-x)(1+x^2+x^4)=(1-x)(1+x^2-x)(1+x^2+x)$

FA

8. Factoriser :

- | | |
|---|--|
| 1) $x^2y^2 + 2x^2y + x^2$ | 2) $4x^3t - xt$ |
| 3) $6a^2b^2 - 24c^2$ | 4) $45x^2tu^2 + 20tu^2 - 60xtu^2$ |
| 5) $81x^4 + 9y^2 - 54x^2y$ | 6) $16x^5 - 72x^3 + 81x$ |
| 7) $2u^2x^2 - 8u^2x - 42u^2$ | 8) $x^6 - 81x^2$ |
| 9) $4xy^2z + 4y^2z - 4xyz - 4yz + xz + z$ | 10) $2x^3 + 24x^2 - 26x$ |
| 11) $81ab^2x^4 - ab^2$ | 12) $2a^2x^3z + 2\sqrt{2}a^2x^2z + a^2xz$ |
| 13) $a^2x^4 - b^2x^2 + a^2x^2 - b^2$ | 14) $\frac{1}{25}x - \frac{2}{15}ab^2x + \frac{1}{9}a^2b^4x$ |
| 15) $ux^3 + u(a+b)x^2 + abux$ | 16) $b^3 - b^2c - bc^2 + c^3$ |
| 17) $\frac{3}{2}a^5x^2 - \frac{3}{2}ab^2$ | 18) $x^2y + 5axy + 6a^2y$ |
| 19) $\frac{28}{9}x^3y - \frac{28}{3}x^2yz^2 + 7xyz^4$ | 20) $\sqrt{7}x^3 - 6\sqrt{7}x^2 - 91\sqrt{7}x$ |

Rép.

1. $x^2(y+1)^2$ 2. $xt(2x-1)(2x+1)$ 3. $6(ab-2c)(ab+2c)$
 4. $5tu^2(3x-2)^2$ 5. $9(3x^2-y)^2$ 6. $x(2x-3)^2(2x+3)^2$
 7. $2u^2(x+3)(x-7)$ 8. $x^2(x-3)(x+3)(x^2+9)$ 9. $z(x+1)(2y-1)^2$
 10. $2x(x-1)(x+13)$ 11. $ab^2(3x-1)(3x+1)(9x^2+1)$ 12. $a^2xz(\sqrt{2}x+1)^2$
 13. $(x^2+1)(ax-b)(ax+b)$ 14. $x(\frac{4}{5} - \frac{1}{3}ab^2)^2$ 15. $ux(x+a)(x+b)$
 16. $(b-c)^2(b+c)$ 17. $\frac{3}{2}a(a^2x-b)(a^2x+b)$ 18. $y(x+2a)(x+3a)$
 19. $7xy(\frac{2}{3}x - z^2)^2$ 20. $\sqrt{7}x(x+7)(x-13)$

9. Factoriser au moyen de la formule " $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$ " :

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1) $9x^2 - 25x + 16$ | 2) $4x^2 + x - 5$ |
| 3) $-3x^2 + 18x - 24$ | 4) $6x^2 + 5x + 1$ |
| 5) $6x^2 + 13x + 6$ | 6) $3x^3 - 9x^2 - 30x$ |
| 7) $-4x^2 - 12x - 9$ | 8) $3x^2 + 2x - 8$ |

Rép.

- | | |
|--|--|
| 1) $9(x - \frac{16}{9})(x-1)$ | 2) $4(x + \frac{5}{4})(x-1)$ |
| 3) $-3(x-4)(x-2)$ | 4) $6(x + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{3})$ |
| 5) $6(x + \frac{3}{2})(x + \frac{2}{3})$ | 6) $3x(x+2)(x-5)$ |
| 7) $-(2x+3)^2$ | 8) $3(x+2)(x - \frac{4}{3})$ |

FA

10. Factoriser :

1) $2x^2 + 9x + 7$

3) $-5x^2 - 7x + 6$

5) $9x^2 + 20x + 4$

7) $9x^2 + 8x + 11$

2) $3x^2 + 7x + 3$

4) $9x^2 + 19x + 4$

6) $-8x^2 + 18x + 5$

8) $-4x^2 - 17x - 15$

Rép. 1) $(2x + 7)(x + 1)$

3) $(-5x + 3)(x + 2)$

5) $(9x + 2)(x + 2)$

7) non factorisable

2) $3\left(x - \frac{-7+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x - \frac{-7-\sqrt{13}}{6}\right)$

4) $9\left(x - \frac{-19+\sqrt{217}}{18}\right)\left(x - \frac{-19-\sqrt{217}}{18}\right)$

6) $(-2x + 5)(4x + 1)$

8) $-(x + 3)(4x + 5)$

11. Factoriser :

1) $(a - b)x + (a - b)y - a + b$

3) $3x^3 - 20y^2z - 5z + 12x^3y^2$

5) $2x^3 + 9x^2 - 5x$

2) $(x - 2)^2 - (x - 2)(x + 4) + (x + 3)(x - 2)$

4) $\frac{4}{9} + \frac{2}{3}xy^2 + \frac{1}{4}x^2y^4$

6) $x^5 - 8x^3 - 9x$

Rép. 1) $(a - b)(x + y - 1)$

3) $(3x^3 - 5z)(1 + 4y^2)$

5) $x(2x - 1)(x + 5)$

2) $(x - 2)(x - 3)$

4) $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}xy^2\right)^2$

6) $x(x - 3)(x + 3)(x^2 + 1)$

12. Diviser N par D :

1) $N = x^3 - 8x^2 + 16x - 5$

2) $N = x^5 - x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 3x - 1$

3) $N = 5x^4 + 3x^3 - 1$

4) $N = 6x^5 + 5x^4 - 25x^3 + 31x^2 - 12x + 5$

$D = x - 5$

$D = x^2 + 2x - 1$

$D = x^2 - 1$

$D = 2x^2 - 3x + 2$

Rép. 1) $Q = x^2 - 3x + 1$; $R = 0$

3) $Q = 5x^2 + 3x + 5$; $R = 3x + 4$

2) $Q = x^3 - 3x^2 + 3x - 7$; $R = 20x - 8$

4) $Q = 3x^3 + 7x^2 - 5x + 1$; $R = x + 3$

FA**13. Simplifier :**

1) $\frac{6x^2}{3x}$

2) $\frac{3x^3}{6x}$

3) $\frac{21x^7}{3x^3}$

4) $\frac{5x^{10}}{15x^3}$

5) $\frac{-2x}{4x^5}$

6) $\frac{13x^2}{26x^3}$

7) $\frac{5a^4x^{15}}{10a^3x^{10}}$

8) $\frac{\frac{1}{2}x^3}{\frac{3}{4}x^2}$

9) $\frac{-2x^3}{\frac{1}{3}x^2}$

Rép. 1) $2x$ 2) $\frac{1}{2}x^2$ 3) $7x^4$ 4) $\frac{1}{3}x^7$ 5) $\frac{-1}{2x^4}$ 6) $\frac{1}{2x}$
 7) $\frac{1}{2}ax^5$ 8) $\frac{2}{3}x$ 9) $-6x$

14. Diviser N par D :

1) $N = -4x^3 - 2x^2 + 8x + 2$

$D = -2x^2 + 3$

2) $N = 3x^2 - 4x + 2$

$D = x - 2$

3) $N = -x^2 + 2$

$D = -x + 1$

4) $N = x^3 + 3x^2 + 4x + 7$

$D = x + 3$

Rép. 1) $Q = 2x + 1$; $R = 2x - 1$ 2) $Q = 3x + 2$; $R = 6$
 3) $Q = x + 1$; $R = 1$ 4) $Q = x^2 + 4$; $R = -5$

15. Diviser N par D :

1) $N = -x^3 + 7x^2 - 7x - 15$

$D = -x + 5$

2) $N = -10x^3 - 4x^2 + 2x + 3$

$D = -2x^2 + 1$

3) $N = 15x^2 + 19x + 3$

$D = 5x + 3$

4) $N = x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 17x + 27$

$D = x + 5$

Rép. 1) $Q = x^2 - 2x - 3$; $R = 0$ 2) $Q = 5x + 2$; $R = -3x + 1$
 3) $Q = 3x + 2$; $R = -3$ 4) $Q = x^3 + 2x + 7$; $R = -8$

16.—a) On donne le polynôme $P(x) = 7x^2 - 2x + 3$. Calculer : $P(2)$, $P(0)$, $P(-1)$, $P\left(\frac{2}{3}\right)$.b) On donne le polynôme $A(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 1$. Calculer : $A(1)$, $A(0)$, $A(-1)$, $A\left(-\frac{1}{3}\right)$.

Rép. a) 27 ; 3 ; 12 ; $\frac{43}{9}$ b) 0 ; -1 ; -8 ; $-\frac{56}{27}$

FA

17. Diviser N par D :

1) $N = -x^3 - x^2 + 5$; $D = 2x - 3$

2) $N = x^{12} - 1$; $D = x^4 - 1$

3) $N = 3x^3 - 2x^2 + 1$; $D = 6x - 1$

Rép. 1) $Q = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{15}{8}$; $R = -\frac{5}{8}$

2) $Q = x^8 + x^4 + 1$; $R = 0$

3) $Q = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{24}$; $R = \frac{23}{24}$

18. On donne un polynôme $P(x)$ et un nombre a . Calculer $P(a)$, puis effectuer la division de $P(x)$ par $x - a$:

1) $P(x) = x^2 - 2x + 5$; $a = 1$

2) $P(x) = x^2 + 3x + 7$; $a = 2$

3) $P(x) = x^3 - 2x - 3$; $a = -2$

4) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 2x + 3$; $a = -3$

Rép. 1) $Q(x) = x - 1$; $R = 4$

2) $Q(x) = x + 5$; $R = 17$

3) $Q(x) = x^2 - 2x + 2$; $R = -7$

4) $Q(x) = x^2 - x + 1$; $R = 0$

19. Vérifier que a est un zéro du polynôme $P(x)$ puis factoriser $P(x)$ au moyen d'une division euclidienne par $x - a$.

1) $a = 4$; $P(x) = x^3 - 3x^2 - 3x - 4$

2) $a = 5$; $P(x) = x^3 + 3x^2 - 33x - 35$

3) $a = -2$; $P(x) = x^3 + 8x^2 + 5x - 14$

4) $a = -1$; $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x - 3$

Rép. 1) $(x - 4)(x^2 + x + 1)$

2) $(x - 5)(x + 1)(x + 7)$

3) $(x + 2)(x - 1)(x + 7)$

4) $(x + 1)(x - 3)(2x + 1)$

20. Sachant que $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6$ possède un zéro entier compris entre 0 et 3, décomposer $P(x)$ en produit de facteurs. Rép. $P(x) = (x + 3)(x - 2)(2x + 1)$

21. Vérifier que le polynôme $P(x) = -6x^3 + 7x^2 - 1$ s'annule pour $x = -\frac{1}{3}$, puis factoriser $P(x)$.

Rép. $P(x) = -(3x + 1)(2x - 1)(x - 1)$

22. Factoriser :

1) $P(x) = x^3 + 6x^2 + 5x - 12$

2) $P(x) = x^3 + 5x^2 - 8x - 48$

3) $P(x) = 4x^3 - 10x^2 + 11x - 5$

4) $P(x) = x^3 + (3 - a)x^2 + (2 - 3a)x - 2a$

Rép. 1) $(x - 1)(x + 3)(x + 4)$

2) $(x + 4)^2(x - 3)$

3) $(x - 1)(4x^2 - 6x + 5)$

4) $(x - a)(x + 2)(x + 1)$

FA

23. Résoudre les équations en x suivantes :

a) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^3 + x = 6 - 4x^2$

c) $\frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{6x^3 - 7x^2 - 7x + 6} = 0$

d) $\frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x - 1} = 0$

e) $x^4 - 4x^3 + 1 = 4x - 6x^2$

f) $6x^3 + 11x^2 - 4x = 4$

Rép. a) 1; -2; 3 b) 1; -2; -3 c) 2; 3 d) $\emptyset$ e) 1 f) $-2; -\frac{1}{2}; \frac{2}{3}$

24. Factoriser complètement le polynôme $P(x)$:

1) $P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

2) $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$

3) $P(x) = 3x^3 + 20x^2 + 23x - 10$

4) $P(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x - 4$

5) $P(x) = x^3 + (3a+1)x^2 + (2a^2+3a)x + 2a^2$

6) $P(x) = x^3 + (a+b-1)x^2 + (ab-a-b)x - ab$

Rép. 1) $(x+1)(x-2)(x+2)$

4) $(x-1)(x+1)(x+2)^2$

2) $(x-2)(2x+1)(x-3)$

5) $(x+1)(x+a)(x+2a)$

3) $(x+2)(3x-1)(x+5)$

6) $(x+a)(x+b)(x-1)$

25. a) Diviser $x^4 - 1$ par $x - 1$; $x^7 - 1$ par $x - 1$.

b) En déduire une formule pour calculer la somme suivante :

$$S = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n \quad (n \text{ entier } \geq 1)$$

c) En déduire la valeur de $T = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 + \dots + 3^{21}$.

Rép. $S = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$; $T = 1,569 \cdot 10^{10}$

26. Pour récompenser son fils, un père lui demande ce qui pourrait lui faire plaisir. "Nous sommes au premier jour du mois, lui répond son fils, donne-moi 1 centime pour ce jour, 2 pour le deuxième, 4 pour le troisième, 8 pour le jour suivant, et ainsi de suite jusqu'à la fin du mois." Le père promet aussitôt. Ne s'est-il pas engagé à la légère ?

Rép. En 30 jours, le père doit payer 10'737'418 francs

27. Un mendiant va demander l'hospitalité à un avare, qui ne veut pas la lui accorder gratuitement. Le mendiant lui fait alors cette proposition : "je vous payerai, dit-il, 1 franc le premier jour, 2 francs le deuxième jour, 3 francs le troisième, etc., et vous me donnerez 0,001 centime le premier jour, 0,002 centime le deuxième, 0,004 le troisième, et ainsi de suite, en doublant toujours". L'avare, trouvant la proposition originale et y voyant une bonne affaire, consent à cet arrangement pour 30 jours. Régler le compte à la fin de ce temps !

Rép. 10'272 francs en faveur du mendiant

FN

1. Soit la fonction $f : x \mapsto -3x^2$ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$. Calculer l'image par f de chacun des nombres $-3; -2; -1; 0; 1; 2$.

Rép. $-27; -12; -3; 0; -3; -12$

2. Soit $g : x \mapsto \sqrt{x^2 + 9}$ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$. Calculer $g(0); g(-1); g(1); g(2); g(-2)$.

Rép. $3; \sqrt{10}; \sqrt{10}; \sqrt{13}; \sqrt{13}$

3. Dans un même repère, dessiner les graphes des fonctions suivantes : (unité : 2 carrés)

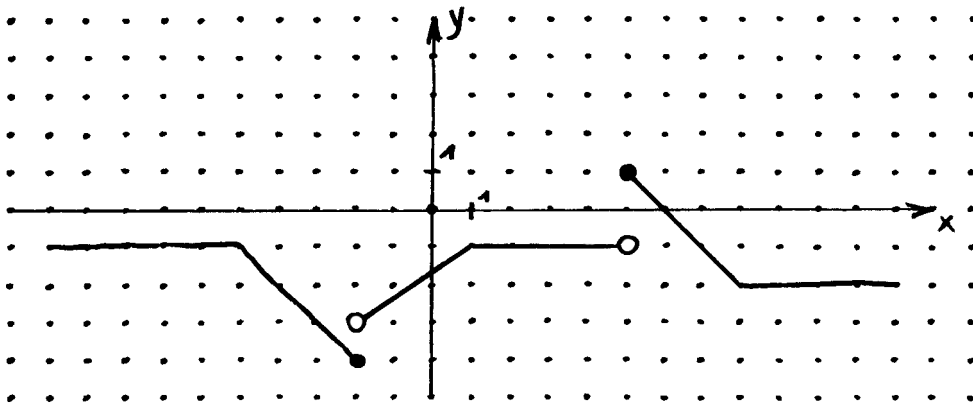
$$f : x \mapsto -x + 4$$

$$g : x \mapsto -x^2 + 9$$

4. F est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ donnée par son graphe représenté ci-dessous.

a) Quelles sont les images de : $-6; -5; -2; 0; 5; 9$?

b) Quelle est l'image de l'intervalle $[-7; -5]$, c'est-à-dire l'ensemble des $F(x)$ tels que $x \in [-7; -5]$? Même question pour les intervalles $]-2; 2]$ et $]5; 8[$.



Rép. a) $-1; -1; -4; -1,7; 1; -2$

b) $\{-1\};]-3; -1];]-2; 1[$

5. Dans un même repère Oxy , dessiner les graphes des fonctions suivantes : (origine au centre de la page ; unité : 2 carrés)

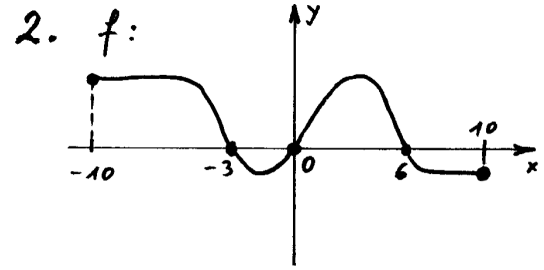
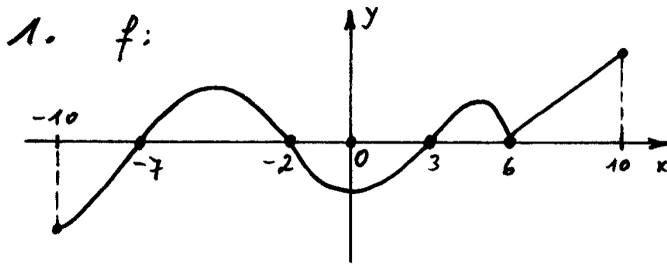
$$f : x \mapsto 3x + 2$$

$$g : x \mapsto (x - 4)^2$$

$$h : x \mapsto \frac{3}{x + 5}$$

FN

6. On donne le graphe d'une fonction $f: [-10; 10] \rightarrow \mathbb{R}$. Déterminer les ensembles suivants :
 $A = \{x \in [-10; 10] \mid f(x) = 0\}$, $B = \{x \in [-10; 10] \mid f(x) > 0\}$, $C = \{x \in [-10; 10] \mid f(x) \leq 0\}$



Rép. 1) $A = \{-7; -2; 3; 6\}$
 $B =]-7; -2[\cup]3; 6[\cup]6; 10[$
 $C = [-10; -7] \cup [-2; 3] \cup \{6\}$

2) $A = \{-3; 0; 6\}$
 $B = [-10; -3[\cup]0; 6[$
 $C = [-3; 0] \cup [6; 10]$

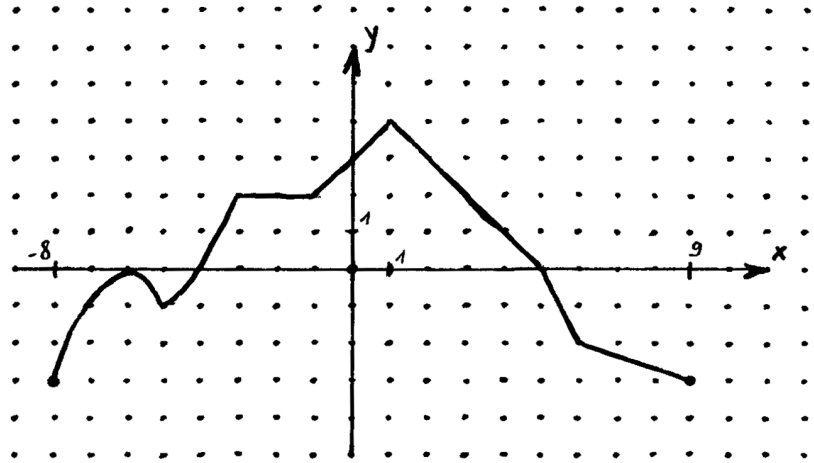
7. Dessiner le graphe des fonctions suivantes : (un petit graphique par fonction)

- | | |
|------------------------|-------------------------------|
| a) $x \mapsto x $ | b) $x \mapsto x - 2$ |
| c) $x \mapsto x - 2 $ | d) $x \mapsto x + 1$ |
| e) $x \mapsto x + 1 $ | f) $x \mapsto \frac{1}{2} x $ |

8. Une fonction f de $[-8; 9]$ vers $\mathbb{R}$ est donnée par le graphe représenté ci-contre.

Déterminer :

- les zéros de f ;
- $f(0)$; $f(-8)$; $f(6)$;
- l'ensemble des $x \in [-8; 9]$ tels que $f(x) \geq 0$;
- l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < -1$;
- l'ensemble des $x \in [-8; 9]$ tels que $0 < f(x) < 2$.



Rép. a) $-6; -4; 5$ b) $3; -3; -2$ c) $[-4; 5] \cup \{-6\}$ d) $[-8; -7[\cup]\frac{11}{2}; 9]$
 e) $] -4; -3[\cup]3; 5[$

9. Trouver les *zéros* des fonctions suivantes :

1) $f(x) = -7x - 11$

2) $f(x) = x^3 + 10x^2 + 25x$

3) $f(z) = 4z^2 - 25$

4) $f(x) = x^2 + 16$

5) $f(t) = -3t^2$

6) $f(t) = -4t^3 - 12t^2 + 216t$

7) $f(x) = \frac{7x+1}{x-4}$

8) $f(x) = \frac{-x^3-8}{x+3}$

Rép. 1) $-\frac{11}{7}$ 2) $0; -5$ 3) $\pm\frac{5}{2}$ 4) pas de zéros 5) 0 6) $-9; 0; 6$
7) $-\frac{1}{7}$ 8) -2

10. Trouver les *zéros* des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x}$

b) $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 5x$

c) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{x-3}{x(x+1)}$

d) $f(x) = x + \frac{3}{x+4}$

e) $f(x) = 2x^4 + 4x^3 - 6x^2$

f) $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

Rép. a) $2; 3$ b) $0; \frac{1}{2}; -5$ c) 1 d) $-1; -3$ e) $0; 1; -3$ f) $1; 2; -2$

11. Quelle est la fonction permettant le passage de la mesure d'un volume en litres à la mesure du même volume en m^3 ? *Rép.* $x \mapsto \frac{1}{1000}x$

12. On donne $f(x) = \frac{x^2}{2}$ et $g(x) = 2x$. Au moyen d'un graphique, déterminer l'ensemble

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \geq g(x)\}$$

Rép. $A =]-\infty; 0] \cup [4; +\infty[$

13. Soit $f: x \mapsto 7 - x^2$.

Au moyen d'un graphique, déterminer l'ensemble $B = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \leq 0\}$.

Rép. $B =]-\infty; -\sqrt{7}] \cup [\sqrt{7}; +\infty[$

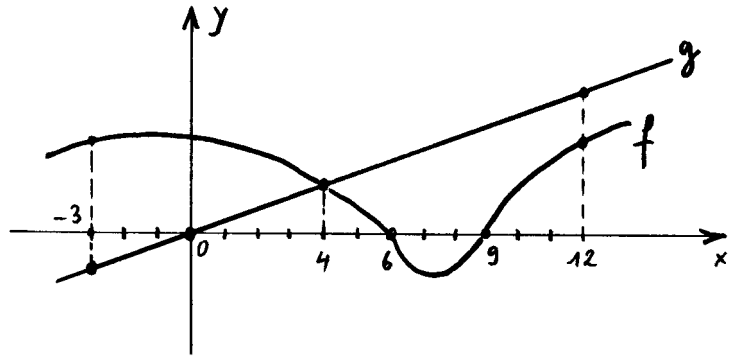
14. Déterminer :

$$A = \{ x \in [-3; 12] \mid f(x) \geq 0 \}$$

$$B = \{ x \in [-3; 12] \mid f(x) = g(x) \}$$

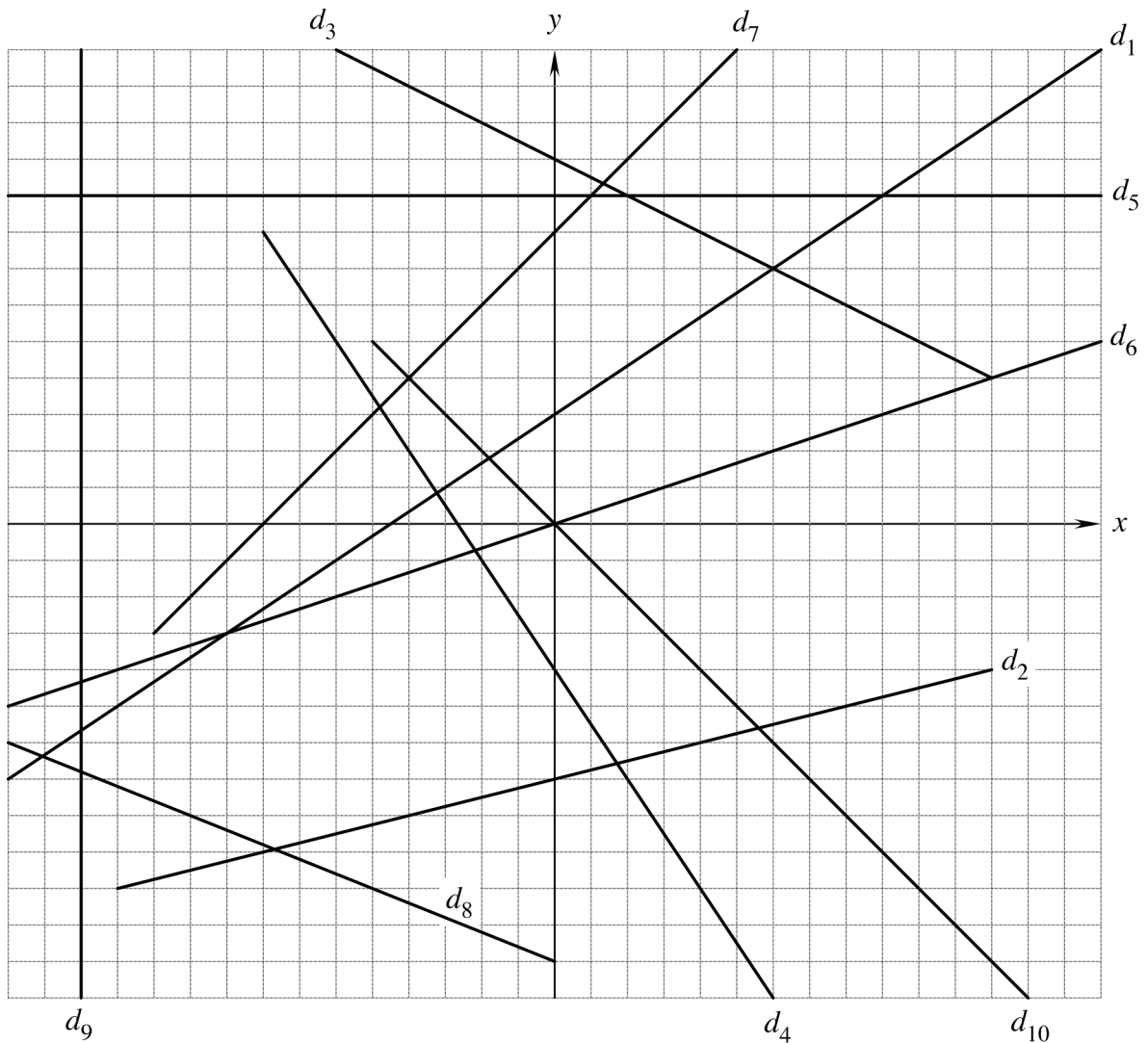
$$C = \{ x \in [-3; 12] \mid f(x) \geq g(x) \}$$

$$D = \{ x \in [-3; 12] \mid g(x) \leq 0 \}$$



Rép. $A = [-3; 6] \cup [9; 12]$; $B = \{4\}$; $C = [-3; 4]$; $D = [-3; 0]$

15. Donner la pente m et l'ordonnée à l'origine h des droites représentées ci-dessous.



Rép. 1) $\frac{2}{3}; 3$ 2) $\frac{1}{4}; -7$ 3) $-\frac{1}{2}; 10$ 4) $-\frac{3}{2}; -4$ 5) $0; 9$
 6) $\frac{1}{3}; 0$ 7) $1; 8$ 8) $-\frac{2}{5}; -12$ 9) néant 10) $-1; 0$

FN

16. Quelle est la fonction affine dont le graphe passe par $A(0; 5)$ et $B(6; 3)$?

Rép. $x \mapsto -\frac{1}{3}x + 5$

17. Soit $f(x) = \frac{1}{25}(x+5)(x-4)(x-10)$. Au moyen d'un graphique, déterminer l'ensemble

$$E = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \geq 0\}$$

Rép. $E = [-5; 4] \cup [10; +\infty[$

18. Calculer les coordonnées des points d'intersection des graphes de f et g . (Ne pas dessiner les graphes.)

- a) $f(x) = -3x + 4$; $g(x) = \frac{1}{4}x - 9$ b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$; $g(x) = 3x - \frac{1}{2}$
c) $f(x) = x - 2$; $g(x) = \frac{1}{2}x + 2$ d) $f(x) = 2x^2$; $g(x) = x^2 + x - 12$
e) $f(x) = -2x^2 + 10$; $g(x) = 9x^2 - x$ f) $f(x) = -x^3 - x^2 + 6x$; $g(x) = 5x - 1$

Rép. a) $(4; -8)$ b) $(0; -\frac{1}{2})$ et $(\frac{13}{6}; 6)$ c) $(8; 6)$ d) néant
e) $(1; 8)$ et $(-\frac{10}{11}; \frac{1010}{121})$ f) $(1; 4)$ et $(-1; -6)$

19. Dessiner le graphe de la fonction affine f et en donner la pente, sachant que :

- a) $f(2) = 3$ et le graphe de f passe par $(-1; 1)$.
b) $f(0) = 1$ et $f(2) = 0$.
c) $f(-3) = -2$ et $f(1) = 2$.
d) $f(-3) = 3$ et $f(2) = -2$.

Rép. a) $m = \frac{2}{3}$ b) $m = -\frac{1}{2}$ c) $m = 1$ d) $m = -1$

20. Déterminer algébriquement la fonction affine f dont le graphe passe par les points A et B :

- a) $A(1; 7)$, $B(6; 17)$ b) $A(-2; 7)$, $B(6; -17)$
c) $A(-1; 3)$, $B(8; 6)$ d) $A(2; 6)$, $B(2; 10)$

Rép. a) $f(x) = 2x + 5$ b) $f(x) = -3x + 1$ c) $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$ d) impossible

FN

21. Déterminer m et h pour que la fonction affine $f : x \mapsto mx + h$ soit telle que :

- a) son graphe passe par $(3; 5)$ et $(6; -1)$.
- b) $f(2) = 5$ et $f(5) = 5$.
- c) son graphe passe par $(3; 6)$ et est de pente 3.
- d) son graphe passe par $(1; -1)$ et $(2; 1)$.

Rép. a) $m = -2; h = 11$ b) $m = 0; h = 5$ c) $m = 3; h = -3$ d) $m = 2; h = -3$

22. Dessiner le graphe de la fonction affine f :

- a) $f(-1) = 2$; pente $= -2$
- b) $f(0) = -1$; pente $= \frac{3}{2}$
- c) $f(2) = 0$; pente $= -\frac{3}{5}$
- d) $f(3) = 1$; pente $= 1$

23. Exprimer au moyen d'une fonction affine l'échelle d'un "TE", de sorte que 0 point donne la note 1 et 35 points la note 6.

Rép. $x \mapsto \frac{1}{7}x + 1$

24. Soit le point $A(2; 1)$ et la fonction affine $f : x \mapsto -2x + 1$.

- a) Déterminer la fonction affine g dont le graphe passe par A et est parallèle à celui de f .
- b) Déterminer la fonction affine k de pente $\frac{1}{2}$ dont le graphe rencontre celui de f en un point d'abscisse 1.

Rép. a) $g(x) = -2x + 5$ b) $k(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

25. On donne $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$, $g(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$, $k(x) = -3x - \frac{3}{2}$.

Calculer les coordonnées des sommets du triangle formé par les graphes de f , g et k .

Rép. $(\frac{2}{3}; -\frac{7}{2})$, $(-\frac{6}{5}; \frac{21}{10})$, $(3; 0)$

26. Déterminer les points d'intersection du graphe de f avec les axes Ox et Oy :

- a) $f(x) = 3x + 2$
- b) $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$
- c) $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$
- d) $f(x) = \frac{8 - x^3}{x}$

Rép. a) $(-\frac{2}{3}; 0)$, $(0; 2)$ b) $(-3; 0)$, $(\frac{1}{2}; 0)$, $(0; -3)$
c) $(-2; 0)$, $(1; 0)$, $(2; 0)$, $(0; 4)$ d) $(2; 0)$

FN

27. Déterminer la fonction affine f dont le graphe passe par $A(2; 2)$ et coupe celui de $g: x \mapsto -\frac{1}{3}x + 6$ en un point d'abscisse 6.

Rép. $f: x \mapsto \frac{1}{2}x + 1$

28. La base rectangulaire d'une colonne de béton mesure 3 dm sur 1,2 dm. Sachant qu'un dm^3 de béton pèse 2,4 kg, trouver la fonction donnant le poids de la colonne à partir de sa hauteur en dm.

Rép. $x \mapsto 8,64x$

29. Dessiner les graphes des fonctions $f: x \mapsto |x|$ et $g: x \mapsto \sqrt{x^2}$. Conclusion ?

30. Soit $f: x \mapsto \frac{x^2}{2}$ et $g: x \mapsto 2x$.

a) Donner les zéros de f et g .

b) Calculer les coordonnées des points suivants :

A : point d'abscisse 3 sur le graphe de f ;

B : point d'abscisse -2 sur le graphe de g ; C : point d'ordonnée 4 sur le graphe de g ;

D, E : points d'ordonnée 18 sur le graphe de f ;

I, J : points d'intersection des deux graphes.

c) Tracer les graphes de f et g dans un même repère, puis déterminer l'ensemble $S = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \geq g(x)\}$.

Rép. a) zéro de f : 0 ; de g : 0

b) $A(3; \frac{9}{2})$, $B(-2; -4)$, $C(2; 4)$, $D(-6; 18)$, $E(6; 18)$, $I(0; 0)$, $J(4; 8)$

c) $]-\infty; 0] \cup [4; +\infty[$

31. Le périmètre d'un rectangle mesure 60 m. Trouver la fonction donnant la largeur y de ce rectangle à partir de la différence x entre la longueur et la largeur.

Rép. $y = \frac{1}{2}(30 - x)$

32. Trouver les zéros des fonctions suivantes :

a) $y = x^3 - 64x$

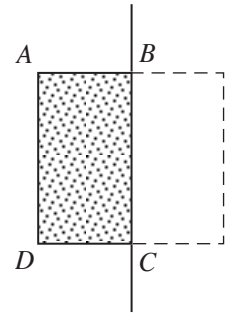
b) $y = 2x^5 - 4x^4 - 96x^3$

c) $y = \frac{-3x^3 - 12x^2 - 12x}{x - 3}$

d) $y = \frac{2x^2 + 7x - 15}{x - 1}$

Rép. a) $-8; 0; 8$ b) $-6; 0; 8$ c) $-2; 0$ d) $-5; \frac{3}{2}$

33. Un rectangle $ABCD$ engendre un cylindre par rotation autour de son côté BC . Sachant que le périmètre du rectangle est égal à 15, exprimer le volume V du cylindre en fonction de $x = AB$.



Rappel. $V = (\text{aire de base}) \cdot (\text{hauteur})$

Rép. $\frac{\pi}{2}(15x^2 - 2x^3)$

34. Calculer les zéros des fonctions du deuxième degré suivantes, et déterminer dans chaque cas le sommet de la parabole.

a) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

b) $f(x) = x^2 + x + 1$

c) $f(x) = x^2 - 9x$

d) $f(x) = -x^2 + 4$

e) $f(x) = -3x^2 + x - 1$

f) $f(x) = -3x^2 - 2x + 5$

Rép. a) $2; \frac{1}{2} \quad S\left(\frac{5}{4}; -\frac{9}{8}\right)$

b) $-- \quad S\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$

c) $0; 9 \quad S\left(\frac{9}{2}; -\frac{81}{4}\right)$

d) $-2; 2 \quad S(0; 4)$

e) $-- \quad S\left(\frac{1}{6}; -\frac{11}{12}\right)$

f) $-\frac{5}{3}; 1 \quad S\left(-\frac{1}{3}; \frac{16}{3}\right)$

35. On donne une fonction f du deuxième degré. En déterminer les zéros, le sommet de la parabole représentative et le point d'intersection de celle-ci avec l'axe Oy . Esquisser finalement la parabole à l'aide des points trouvés, en exploitant la symétrie de la courbe.

a) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

b) $f(x) = -x^2 + 2x + 8$

c) $f(x) = x^2 - 6x + 9$

d) $f(x) = -2x^2 - 8x - 8$

e) $f(x) = -\frac{1}{7}x^2 + \frac{10}{7}x - 4$

f) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 6$

Rép. a) zéros : $1; 5$ / sommet : $(3; -4)$ / intersection avec Oy : $(0; 5)$

b) zéros : $-2; 4$ / sommet : $(1; 9)$ / intersection avec Oy : $(0; 8)$

c) zéro : 3 / sommet : $(3; 0)$ / intersection avec Oy : $(0; 9)$

d) zéro : -2 / sommet : $(-2; 0)$ / intersection avec Oy : $(0; -8)$

e) zéros : aucun / sommet : $\left(5; -\frac{3}{7}\right)$ / intersection avec Oy : $(0; -4)$

f) zéros : aucun / sommet : $\left(-3; \frac{3}{2}\right)$ / intersection avec Oy : $(0; 6)$

FN

36. On donne trois points A , B et C . Trouver la fonction du deuxième degré dont le graphe passe par ces points.

- a) $A(4; 0)$, $B(2; 0)$, $C(5; 12)$ b) $A(0; 3)$, $B(-1; 2)$, $C(1; 6)$
c) $A(3; -4)$, $B(4; -\frac{5}{2})$, $C(-3; 8)$ d) $A(0; 0)$, $B(2; 1)$, $C(-2; -3)$

- Rép.* a) $4x^2 - 24x + 32$ b) $x^2 + 2x + 3$
 c) $\frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{5}{2}$ d) $-\frac{1}{4}x^2 + x$

37. Trouver la fonction du deuxième degré dont le graphe passe par le point $A(1; \frac{3}{2})$ et a pour sommet le point $S(2; 1)$.

Rép. $x \mapsto \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$

38. La distance parcourue par une pierre tombant verticalement du haut d'une tour est donnée par la fonction $t \mapsto 5t^2$, la distance $(5t^2)$ étant mesurée en mètres et le temps (t) en secondes.

Si la tour à 50 m de hauteur, quelle sera la durée de la chute ? *Rép.* 3,16 secondes

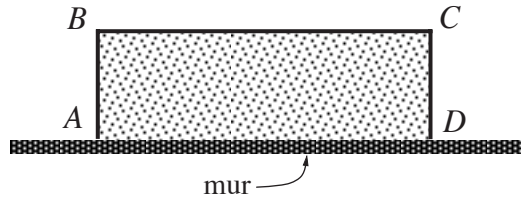
39. Exprimer au moyen d'une fonction affine l'échelle d'un "TE", de sorte que :

- a) 0 point donne la note 1 et 23 points la note 6.
b) 0 point donne la note 1,5 et 19 points la note 6.
c) 0 point donne la note 2 et 15 points la note 6.
d) 0 point donne la note 1 et 10 points la note 4.

Rép. a) $x \mapsto \frac{5}{23}x + 1$ b) $x \mapsto \frac{4,5}{19}x + 1,5$ c) $x \mapsto \frac{4}{15}x + 2$ d) $x \mapsto \frac{3}{10}x + 1$

40. On dispose de barrières d'une longueur totale de 100 m pour construire un enclos rectangulaire $ABCD$ le long d'un mur rectiligne (cf. figure).

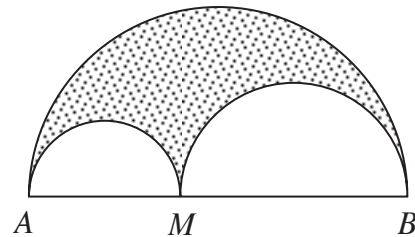
- 1) Désignons par x la mesure de AB , en mètres. Déterminer la fonction donnant l'aire de l'enclos à partir de x .
- 2) Quelles dimensions faut-il donner à cet enclos pour que le pré qu'il délimite ait une aire maximale ?



Rép. 1) $x \mapsto -2x^2 + 100x$ 2) 25 m / 50 m

41. Sur un segment AB de longueur 10, on marque un point variable M et on construit trois demi-cercles, situés du même côté de AB et ayant respectivement pour diamètre AB , AM , MB .

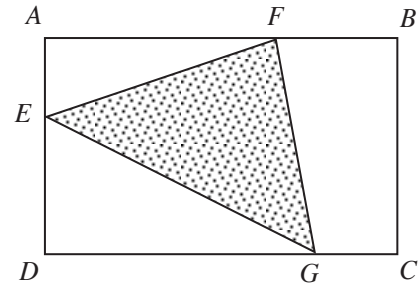
- 1) Exprimer l'aire de la zone comprise entre les trois demi-cercles en fonction de $AM = x$.
- 2) Quelle est la position de M assurant une aire maximale de la zone ?



Rép. 1) $-\frac{1}{4}\pi(x^2 - 10x)$ 2) M milieu de AB

42. Un rectangle $ABCD$ est tel que $AB = 12$ et $BC = 6$. On y inscrit un triangle EFG de sorte que $CG = x$, $ED = 2x$ et $AF = 3x$.

- a) Exprimer l'aire du triangle EFG en fonction de x .
- b) Quand cette aire est-elle minimale ? maximale ?



Rép. a) $4x^2 - 15x + 36$ b) $x = \frac{15}{8}$; $x = 0$

43. Déterminer les points d'intersection du graphe de f avec les axes Ox et Oy :

- a) $f(x) = -x^5 + x^3$
- b) $f(x) = (2x+1)(3x^2+5x-2)$
- c) $f(x) = -8x^4 + 18x^2$
- d) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x$

Rép. a) $(-1; 0)$, $(0; 0)$, $(1; 0)$, $(0; 0)$ b) $(-\frac{1}{2}; 0)$, $(\frac{1}{3}; 0)$, $(-2; 0)$, $(0; -2)$
 c) $(-\frac{3}{2}; 0)$, $(0; 0)$, $(\frac{3}{2}; 0)$, $(0; 0)$ d) $(-1; 0)$, $(0; 0)$, $(\frac{5}{2}; 0)$, $(0; 0)$

60. On donne les fonctions $f: x \mapsto -2x+3$ et $g: x \mapsto \frac{x}{3}$. Déterminer $g \circ f$ et $f \circ g$.

Rép. $(g \circ f)(x) = \frac{-2x+3}{3}$; $(f \circ g)(x) = \frac{-2x+9}{3}$

61.—

Soit les fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{x}{4} ; \quad g(x) = \frac{1}{x^2+1} ; \quad h(x) = -x+1 .$$

Calculer : $g \circ f$; $h \circ g$; $h \circ (g \circ f)$; $(h \circ g) \circ f$.

Rép. $\frac{16}{x^2+16}$; $\frac{x^2}{x^2+1}$; $\frac{x^2}{x^2+16}$; $\frac{x^2}{x^2+16}$

62.—

Pour chacune des fonctions f suivantes, trouver deux fonctions g et h , différentes de l'identité, telles que

$$f = g \circ h$$

a) $f: x \mapsto x^2+1$

d) $f: x \mapsto \sqrt{x+3}$

b) $f: x \mapsto \frac{1}{x-9}$

e) $f: x \mapsto \sqrt{x}+3$

c) $f: x \mapsto (x+1)^2$

Rép.

a) $h(x)=x^2$; $g(x)=x+1$ b) $h(x)=x-9$; $g(x)=\frac{1}{x}$ c) $h(x)=x+1$; $g(x)=x^2$

d) $h(x)=x+3$; $g(x)=\sqrt{x}$ e) $h(x)=\sqrt{x}$; $g(x)=x+3$

63. Déterminer $f \circ g \circ h$:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$; $g(x) = x^2$; $h(x) = x-3$

b) $f(x) = \sqrt{x}$; $g(x) = \frac{1}{x^2+1}$; $h(x) = 2x$

Rép. a) $x \mapsto \frac{1}{x^2-6x+9}$ b) $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{4x^2+1}}$

64.—

On donne une fonction h . Trouver deux fonctions f et g (différentes de l'identité) telles que

$$h = f \circ g.$$

a) $h: x \mapsto \sqrt{x-1}$ c) $h: x \mapsto (x-1)(x+1)$
 b) $h: x \mapsto \frac{2}{x-1}$ d) $h: x \mapsto x^2 + 4x + 4$

Rép. a) $f(x) = \sqrt{x}$; $g(x) = x-1$ b) $f(x) = \frac{2}{x}$; $g(x) = x-1$
 c) $f(x) = x-1$; $g(x) = x^2$ d) $f(x) = x^2$; $g(x) = x+2$

65. On considère les fonctions ci-dessous. En déterminer l'ensemble de définition, c'est-à-dire le plus grand sous-ensemble de $\mathbb{R}$ admissible comme ensemble de départ.

a) $x \mapsto \frac{1}{x-2}$ b) $x \mapsto \sqrt{x-1}$ c) $x \mapsto \frac{1}{x^2-9}$ d) $x \mapsto \frac{\sqrt{x+5}}{x^2-6x}$

Rép. a) $\mathbb{R} - \{2\}$ b) $[1; +\infty[$ c) $\mathbb{R} - \{-3; 3\}$ d) $[-5; +\infty[- \{0; 6\}$

66. Soit les fonctions $f: x \mapsto -2x+1$ et $g: x \mapsto \frac{1-x}{2}$.

Déterminer $f \circ g$ et $g \circ f$. Conclusion ?

67.—

Donner l'ensemble de définition D des fonctions suivantes :

1. $x \mapsto \frac{1}{x^2-2}$ 3. $x \mapsto \sqrt{x^2+1}$ 5. $x \mapsto \frac{2x+1}{x^2+3x}$
 2. $x \mapsto \sqrt{x+1}$ 4. $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 6. $x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x-3}$

Rép.

1. $\mathbb{R} - \{\pm\sqrt{2}\}$ 3. $\mathbb{R}$ 5. $\mathbb{R} - \{0; -3\}$
 2. $[-1; +\infty[$ 4. $]1; +\infty[$ 6. $\mathbb{R}_+ - \{3\}$

68. Déterminer la réciproque de f (si possible) :

- 1) $f: x \mapsto \frac{1-x}{3}$ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$
- 2) $f: x \mapsto (x-2)^2$ de $[2; +\infty[$ vers $\mathbb{R}_+$
- 3) $f: x \mapsto \frac{1}{2x}$ de $\mathbb{R}^*$ vers $\mathbb{R}^*$
- 4) $f: x \mapsto 7$ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$

Rép. 1) $x \mapsto 1-3x$ 2) $x \mapsto 2+\sqrt{x}$ 3) $x \mapsto \frac{1}{2x}$ 4) n'existe pas

69.—

Déterminer la réciproque de chacune des fonctions suivantes :

$$f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -7x$$

$$f_4: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^* \\ x \mapsto 1/x$$

$$f_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -9x-7$$

$$f_5: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+ \\ u \mapsto \sqrt{5u}$$

$$f_3: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto mx+h$$

$$f_6: \mathbb{R}_+ \rightarrow [-9; +\infty[\\ t \mapsto 4t^2-9$$

Rép. 1. $x \mapsto -\frac{x}{7}$ 2. $x \mapsto (-x-7)/9$ 3. $x \mapsto (x-h)/m$
 4. $x \mapsto 1/x$ 5. $x \mapsto x^2/5$ 6. $x \mapsto (\sqrt{x+9})/2$

70.—

On donne : $f: x \mapsto 10x+3$ et $g: x \mapsto \frac{3}{4}x$.

Déterminer f^{-1} ; g^{-1} ; $g \circ f$; $f \circ g$; ${}^n(g \circ f)$; ${}^n f \circ {}^n g$; ${}^n g \circ {}^n f$.

Rép. $\frac{x-3}{10}$; $\frac{4}{3}x$; $\frac{30x+9}{4}$; $\frac{15x+6}{2}$; $\frac{4x-9}{30}$; $\frac{4x-9}{30}$; $\frac{2x-6}{15}$.

71.—

Donner l'ensemble de définition D des fonctions suivantes, et les exprimer comme composée de fonctions du type $f_b: x \mapsto x+b$; $g_a: x \mapsto ax$; $h: x \mapsto \frac{1}{x}$.

a) $F(x) = \frac{2}{x-1}$

d) $F(x) = 2\left(\frac{1}{x+2} + 1\right)$

b) $F(x) = 1 + \frac{2}{x}$

e)* $F(x) = \frac{2x}{x+1}$

* utiliser une division euclidienne

c) $F(x) = 1 + \frac{1}{x-2}$

f)* $F(x) = \frac{x+1}{x-1}$

Rép.

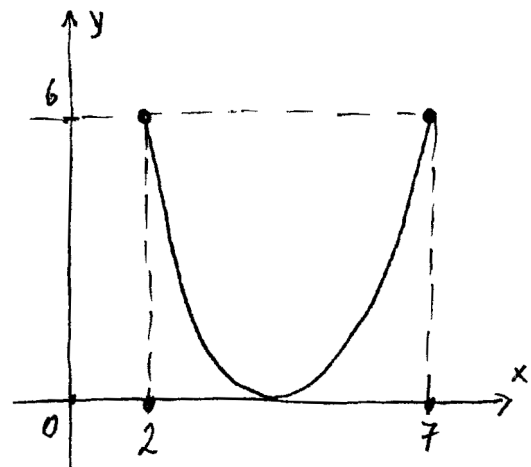
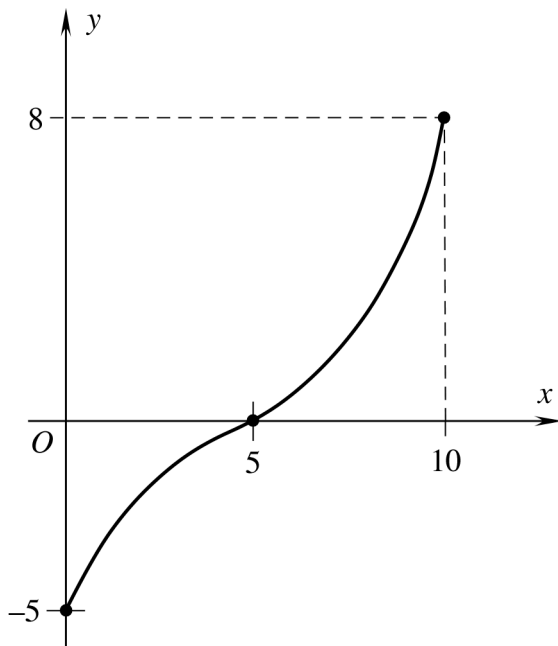
a) $g_2 \circ h \circ f_{-1}$; $D = \mathbb{R} - \{1\}$ c) $f_1 \circ h \circ f_{-2}$; $D = \mathbb{R} - \{2\}$ e) $f_2 \circ g_{-2} \circ h \circ f_1$; $D = \mathbb{R} - \{1\}$

b) $f_1 \circ g_2 \circ h$; $D = \mathbb{R}^*$ d) $g_2 \circ f_1 \circ h \circ f_2$; $D = \mathbb{R} - \{2\}$ f) $f_1 \circ g_2 \circ h \circ f_{-1}$; $D = \mathbb{R} - \{1\}$

72. Les fonctions suivantes sont-elles bijectives ?

a) $f: [0; 10] \rightarrow [-5; 8]$

b) $f: [2; 7] \rightarrow [0; 6]$

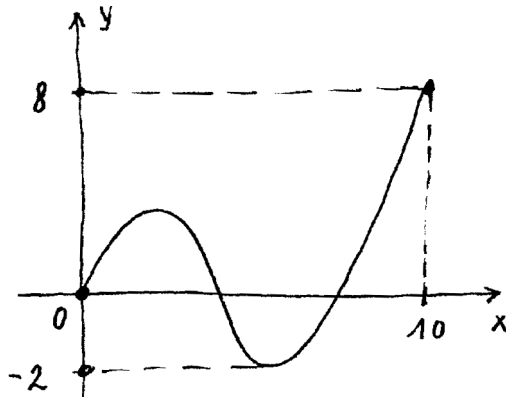


Rép. a) oui b) non

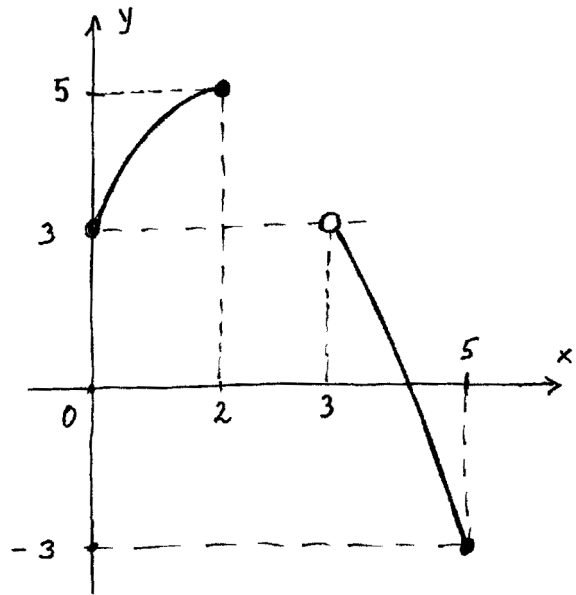
FN

73. Les fonctions suivantes sont-elles bijectives ?

a) $f: [0; 10] \rightarrow [-2; 8]$



b) $f: [0; 2] \cup]3; 5] \rightarrow [-3; 5]$



Rép. a) non b) oui

74.—

Soit $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ et $g: x \mapsto mx + 1$.

Calculer m pour que les graphes de f et g aient exactement un point commun. Rép. $m = 0; -\frac{1}{4}$

75.—

Soit $f: x \mapsto \frac{3}{4}x^2$ et $g: x \mapsto mx + h$.

Calculer m et h , sachant que $g(1) = 0$ et que les graphes de f et g ont exactement un point commun.

Quel est ce point ?

Rép. 2 cas : • $m = 0; h = 0$; pt. commun : $(0; 0)$
• $m = 3; h = -3$; " : $(2; 3)$

76.—

On donne une fonction f et un point A .
Déterminer les fonctions affines dont le graphe est tangent à celui de f et passe par A :

a) $f(x) = x^2 + x + 1$; $A(0; 0)$.

b) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 1$; $A(0; 5)$

Rép. a) $y = -x$; $y = 3x$ b) $y = -x + 5$; $y = 3x + 5$

77.—

Déterminer la fonction affine g dont le graphe est parallèle à celui de d , et tangent à celui de f :

a) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$; $d(x) = -x$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$; $d(x) = 2x$.

Rép.

a) $g(x) = -x + \frac{7}{2}$ b) $g(x) = 2x - 5$.

78. On considère les trois fonctions suivantes :

$$f: x \mapsto (x-3)^2, \text{ de } \mathbb{R}_+ \text{ dans } \mathbb{R}_+$$

$$g: x \mapsto (x-3)^2, \text{ de } [3; +\infty[\text{ dans } \mathbb{R}_+$$

$$h: x \mapsto (x-3)^2, \text{ de } [1; 3] \cup]5; +\infty[\text{ dans } \mathbb{R}_+$$

- Montrer que f est surjective, mais pas injective.
- Montrer que g est bijective et déterminer sa réciproque.
- Montrer que h est bijective et déterminer sa réciproque.

FR

1. Simplifier :

$$1) \frac{16x^2}{20xy} \cdot \frac{4x}{5y} \quad 2) \frac{12xyz}{15xz} \cdot \frac{4y}{5} \quad 3) \frac{24y^2}{24yz} \cdot \frac{y}{z} \quad 4) \frac{-9z^2}{-12yz} \cdot \frac{3z}{4y} \quad 5) \frac{x^4y^3z^5}{2x^3yz^2} \cdot \frac{xy^2z^3}{2}$$

2. Simplifier :

$$1) \frac{5x+20}{5} \quad 2) \frac{7}{14y-21} \quad 3) \frac{60x-40y}{20x} \quad 4) \frac{xy-yz}{xy} \quad 5) \frac{x^2+xy}{xy}$$

Rép. 1) $x+4$ 2) $\frac{1}{2y-3}$ 3) $\frac{3x-2y}{x}$ 4) $\frac{x-z}{x}$ 5) $\frac{x+y}{y}$

3. Simplifier :

$$1) \frac{7x+14}{7x-21} \cdot \frac{x+2}{x-3} \quad 2) \frac{3x-3y}{6x+6y} \cdot \frac{x-y}{z(x+y)} \quad 3) \frac{xy-xz}{2x+xz} \cdot \frac{y-z}{z+z} \quad 4) \frac{y^2-y}{yx+y} \cdot \frac{y-1}{x+1}$$

$$5) \frac{z^3-z^2}{z^3+z^2} \cdot \frac{z-1}{z+1} \quad 6) \frac{4xy+4x}{4xy-4x} \cdot \frac{y+1}{y-1} \quad 7) \frac{2xyz-3xyu}{2xz-3xu} \cdot y$$

4. Simplifier :

$$1) \frac{x^2+2xy+y^2}{2x+2y} \cdot \frac{x+y}{2} \quad 2) \frac{4z^2-4z+1}{10z-5} \cdot \frac{2z-1}{5} \quad 3) \frac{x^2-2x+1}{x^2-x} \cdot \frac{x-1}{x}$$

$$4) \frac{7t^2-14t+7}{t-1} \cdot \frac{1}{7(t-1)} \quad 5) \frac{x^3-2x^2+x}{2x-2} \cdot \frac{x(x-1)}{2} \quad 6) \frac{x^4-2x^2+1}{x^3-x} \cdot \frac{x^2-1}{x}$$

5. Simplifier :

$$1) \frac{4x^2-1}{4x+2} \cdot \frac{2x-1}{2} \quad 2) \frac{9x^2-16y^2}{6x+8y} \cdot \frac{3x-4y}{2} \quad 3) \frac{5x-5z}{x^2-z^2} \cdot \frac{5}{x+z} \quad 4) \frac{1-x^4}{x-x^3} \cdot \frac{1+x^2}{x}$$

$$5) \frac{x^4-1}{x^2+1} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-1} \quad 6) \frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x+y}{x-y} \quad 7) \frac{(x+3)(x-5)}{2x^2-18} \cdot \frac{x-5}{2(x-3)} \quad 8) \frac{(x-7)(x-1)}{2x^2-4x+2} \cdot \frac{x-7}{2(x-1)}$$

6. Simplifier :

$$1) \frac{xy+xz+5z+5y}{2z+2y} \quad 2) \frac{3x^2-27}{2x+6-ax-3a} \quad 3) \frac{xy-5y+x-5}{xy+x} \quad 4) \frac{3x-3y-zx+zy}{3x-3y}$$

Rép. 1) $\frac{x+5}{2}$ 2) $\frac{3(x-3)}{2-a}$ 3) $\frac{x-5}{x}$ 4) $\frac{3-z}{3}$

FR

7. Simplifier :

- 1) $(x^2 - 9x + 20) : (x^2 - 16)$ $\frac{x-5}{x+4}$
- 2) $(x^2 + 7x + 12) : (x^2 + 4x)$ $\frac{x+3}{x}$
- 3) $(x^2 - x - 2) : (5x - 10)$ $\frac{x+1}{5}$
- 4) $(y^2 - 9y + 20) : (y^2 - 10y + 25)$ $\frac{y-4}{y-5}$
- 5) $(x^2 - 9xy + 20y^2) : (x^2 - 2xy - 8y^2)$ $\frac{x-5y}{x+2y}$

8. Simplifier :

- 1) $\frac{x-y}{y-x}$ -1
- 2) $\frac{5x-5}{1-x}$ -5
- 3) $\frac{3x-3y}{4y-4x}$ $-3/4$
- 4) $\frac{z-1}{1-z^2}$ $-\frac{1}{z+1}$
- 5) $\frac{5x-5y}{y^2-x^2}$ $-\frac{5}{x+y}$

9. Réduire :

- 1) $\frac{4x}{y} \cdot \frac{3z}{2x}$ $\frac{6z}{y}$
- 4) $\frac{-x^2y^3}{7} \cdot \frac{14}{x^2y^3}$ -2
- 2) $\frac{-9z}{4y} \cdot \frac{-2y}{3z}$ $\frac{3}{2}$
- 5) $\frac{x^2}{2yz} \left(-\frac{8y^2z}{4x}\right)$ $-xy$
- 3) $\frac{xy}{2} \left(-\frac{4x}{yz}\right)$ $-\frac{2x^2}{z}$

10. Réduire :

- 1) $\frac{x+y}{2} \cdot \frac{x-y}{3}$ $\frac{x^2-y^2}{6}$
- 4) $\frac{x-y}{3z} \cdot \frac{5z}{2x-2y}$ $\frac{5}{6}$
- 2) $\frac{2x-y}{2} \cdot \frac{x+y}{4}$ $\frac{2x^2+xy-y^2}{8}$
- 5) $\frac{1}{2-x} \cdot \frac{x-2}{4}$ $-\frac{1}{4}$
- 3) $\frac{x-1}{15} \cdot \frac{10}{1-x}$ $-\frac{2}{3}$
- 6) $\frac{15}{x^2-y^2} \cdot \frac{x-y}{3}$ $\frac{5}{x+y}$

11. Simplifier :

- 1) $\frac{x^2-x}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+x}{x^2}$ 1
- 4) $\frac{9-x^2}{x^2-5x+6} \cdot \frac{x-2}{x}$ $\frac{-(x+3)}{x}$
- 2) $\frac{x^2+x-6}{x^2-2x-15} \cdot \frac{x-5}{x+2}$ $\frac{x-2}{x+2}$
- 5) $\frac{x^2-16}{x^2-10x+25} \cdot \frac{-x^2+6x-5}{x-4}$ $\frac{-(x+4)(x-1)}{x-5}$
- 3) $\frac{x-2}{x+1} \cdot \frac{1+x}{2-x}$ -1
- 6) $\frac{x^3+2x}{x-1} \cdot \frac{-x^2+2x-1}{2+x^2}$ $-x(x-1)$

FR

12. Réduire :

$$1) \frac{15}{x+y} : \frac{1}{x+y} \quad 15 \quad 7) \frac{xy-y^2}{4} : \frac{y-x}{5} \quad -\frac{5y}{4}$$

$$2) \frac{xy}{1-z} : \frac{y^2}{1-z} \quad \frac{x}{y} \quad 8) \frac{y}{x+y} : \frac{2y}{x^2+xy} \quad \frac{x}{2}$$

$$3) \frac{x^2-y^2}{z} : \frac{x+y}{z} \quad x-y \quad 9) \frac{x^2-y^2}{2x+2} : \frac{x+y}{2} \quad \frac{x-y}{x+1}$$

$$4) \frac{3x+6}{5x-5} : \frac{6x}{5y} \quad \frac{y(x+2)}{2x(x-1)} \quad 10) \frac{x-y}{x+y} : \frac{x^2-y^2}{3x+3y} \quad \frac{3}{x+y}$$

$$5) \frac{12x-12}{5x+5y} : \frac{12}{25} \quad \frac{5(x-1)}{x+y} \quad 11) \frac{x^4-1}{xz-z^2} : \frac{4x+4}{x^2-xz-xy+yz} \quad \frac{(x^2+1)(x-1)(x-y)}{4z}$$

$$6) \frac{7x+7y}{2} : \frac{x+y}{3} \quad \frac{21}{2} \quad 12) \frac{196z^2-25}{x^2y^2-u^2} : \frac{70z+25}{x^2y^2+3xyu+2u^2} \quad \frac{(14z-5)(xy+2u)}{5(xy-u)}$$

13. Résoudre les équations suivantes :

$$1) x^3 - x^2 - 6x = 0$$

$$2) x^3 - 4x^2 = 5x$$

$$3) x^4 = 2x^2$$

$$4) 2x^3 - x^2 = 3x$$

$$\text{Rép. } 1) -2; 0; 3 \quad 2) -1; 0; 5 \quad 3) -\sqrt{2}; 0; \sqrt{2} \quad 4) -1; 0; \frac{3}{2}$$

14. Trouver le multiplicateur permettant le passage de A à B :

(Il faut parfois factoriser A ou B .)

$$1) A = 2xy; B = 4x^2yz$$

$$2) A = a(x+1); B = a(x+1)(x-1)$$

$$3) A = 3xyz; B = 9x^2y^3z$$

$$4) A = (x-y)z; B = (x^2-y^2)z^3$$

$$5) A = x(x+1)(x+3); B = x^3(x^2+2x+1)(x+3)^2$$

$$\text{Rép. } 1) 2xz \quad 2) x-1 \quad 3) 3xy^2 \quad 4) (x+y)z^2 \quad 5) x^2(x+1)(x+3)$$

15. Compléter :

$$1. \quad \frac{3}{2xy} = \frac{\quad}{4x^2y}$$

$$2. \quad \frac{1}{2(x-1)z} = \frac{\quad}{6(x-1)^2 z^5}$$

$$3. \quad \frac{x}{x^2-9} = \frac{\quad}{(x-3)^2(x+3)^3 z}$$

$$4. \quad \frac{2x+1}{x^2+3x} = \frac{\quad}{x^3(x+3)^5}$$

$$5. \quad \frac{x+1}{x^2+5x+6} = \frac{\quad}{(x+2)(x+3)^2 y}$$

Rep.

1.

2.

3.

4.

5.

6x

3z⁴(x-1)x²(x-3)(x+3)²x²(2x+1)(x+3)⁴

(x+1)(x+3)y

16. Réduire :

$$1) \quad \frac{x}{2} + \frac{x}{3} \quad \frac{5x}{6}$$

$$3) \quad \frac{x}{6} + \frac{x}{4} + \frac{x}{9} \quad \frac{19x}{36}$$

$$5) \quad \frac{4}{3x^2} + \frac{3}{6x} \quad \frac{3x+8}{6x^2}$$

$$2) \quad \frac{3x}{4} + \frac{x}{6} \quad \frac{11x}{12}$$

$$4) \quad \frac{5}{3x} + \frac{1}{4x} \quad \frac{23}{12x}$$

17. Réduire :

$$1) \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{3} \quad \frac{3x+2y}{6}$$

$$5) \quad \frac{5}{4y} - \frac{3}{2y} - \frac{1}{4y}$$

$$9) \quad \frac{7z}{24} - \frac{13x}{48} + \frac{5z}{96} \quad \frac{-26x+33z}{96}$$

$$2) \quad \frac{x}{4} - \frac{y}{12} \quad \frac{3x-y}{12}$$

$$6) \quad \frac{5x}{12y} - \frac{3x}{4y} - \frac{x}{3y}$$

$$10) \quad \frac{2x}{yz} - \frac{5}{y} \quad \frac{2x-5z}{yz}$$

$$3) \quad \frac{3x}{4} - \frac{x}{6} \quad \frac{7x}{12}$$

$$7) \quad \frac{7x}{5} + \frac{5y}{9} \quad \frac{63x+25y}{45}$$

$$11) \quad \frac{x}{z^2} + \frac{y}{a} \quad \frac{ax+yz^2}{az^2}$$

$$4) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{3x} \quad \frac{4}{3x}$$

$$8) \quad \frac{5x}{12} - \frac{3y}{4} + \frac{7z}{24} \quad \frac{10x-18y+7z}{24}$$

$$12) \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \quad \frac{x^2-x+1}{x^3}$$

FR

18. Réduire :

$$\begin{array}{ll}
 1) \frac{5}{3x} - \frac{1}{4x} & \frac{17}{12x} \\
 4) \frac{17}{18x^4} - \frac{13}{24x^3} + \frac{19}{30x^5} & \frac{-195x^2 + 340x + 228}{360x^5} \\
 2) \frac{4}{3x^2} + \frac{3}{5x} & \frac{9x+20}{15x^2} \\
 5) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} & \frac{yz + xz + xy}{xyz} \\
 3) \frac{11}{6x^3} - \frac{2}{5x^2} & \frac{55-12x}{30x^3} \\
 6) \frac{2}{x} - \frac{3}{y} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{y^2} & \frac{-3x^2y + 2xy^2 + 5x^2 - 4y^2}{x^2y^2} \\
 7) \frac{1}{x+y} + \frac{1}{z} & \frac{x+y+z}{(x+y)z} \\
 9) \frac{x}{2x-y} + \frac{y}{2x} & \frac{2x^2 + 2xy - y^2}{2x(2x-y)} \\
 8) \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x} & \frac{x^2 + xy - y^2}{x(x-y)} \\
 10) \frac{3x}{x+2y} - \frac{x}{2y} & \frac{x(4y-x)}{(x+2y)2y}
 \end{array}$$

19. Réduire :

$$\begin{array}{lll}
 1) 1 + \frac{1}{x} & \frac{x+1}{x} \\
 5) 1 - \frac{x-3}{x-2} & \frac{1}{x-2} \\
 9) x-5 - \frac{x^2+5}{x-5} & \frac{-10(x-2)}{x-5} \\
 2) 2 + \frac{x}{4} & \frac{8+x}{4} \\
 6) 2 - \frac{3x}{x-3} & \frac{-x-6}{x-3} \\
 10) x+1 + \frac{x^2-2x}{x+1} & \frac{2x^2+1}{x+1} \\
 3) 3 + \frac{x^2-2}{x^2} & \frac{4x^2-2}{x^2} \\
 7) 4x - \frac{4x^2+5}{x-1} & \frac{-4x-5}{x-1} \\
 11) x^2-1 - \frac{x^3+2}{x+2} & \frac{2x^2x-4}{x+2} \\
 4) 1 - \frac{x-2}{x} & \frac{2}{x} \\
 8) x^2-2x+1 - \frac{x^4+1}{x^2} & \frac{-2x^3+x^2-1}{x^2} \\
 12) x^2-6x+2 - \frac{x^3+6}{x+3} & \frac{-x(3x+16)}{x+3}
 \end{array}$$

20. Réduire :

$$\begin{array}{ll}
 1) \frac{2}{x} + \frac{4x-y}{x^2+xy} & \frac{6x+y}{x(x+y)} \\
 5) \frac{x-y}{2x^2} - \frac{x+y}{x^2-2xy} & \frac{-x^2-5xy+2y^2}{2x^2(x-2y)} \\
 2) \frac{x+1}{x^3-x^2} - \frac{1}{x^2} & \frac{2}{x^2(x-1)} \\
 6) \frac{x^2+y^2}{xy-y^2} - \frac{x+y}{2y} & \frac{x^2+3y^2}{2y(x-y)} \\
 3) \frac{1}{x-y} - \frac{x}{x^2-2xy+y^2} & \frac{-y}{(x-y)^2} \\
 7) \frac{1}{2(2x+1)} - \frac{1}{2(2x+3)} & \frac{1}{(2x+1)(2x+3)} \\
 4) \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} & \frac{x}{(x+1)(x-1)} \\
 8) \frac{x^2}{x-2} - \frac{x^2+5}{x^2-3x} & \frac{x^4-4x^3+2x^2-5x+10}{x(x-2)(x-3)}
 \end{array}$$

FR**21. Réduire :**

1) $\frac{1}{x^2 - 4x + 3} - \frac{1}{x^2 + x - 2}$

2) $\frac{x+5}{x^2 + x - 6} - \frac{x-1}{x^2 + 2x - 3}$

3) $\frac{2x+5}{x^2 - x - 2} - \frac{x+13}{x^2 + x - 6}$

4) $\frac{x+1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{x+5}{x^2 + x - 2}$

5) $\frac{5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{2}{x^2 + 12x + 32} - \frac{1}{x^2 + 7x + 12}$

Rép. 1) $\frac{5}{(x-1)(x-3)(x+2)}$ 2) $\frac{7}{(x-2)(x+3)}$ 3) $\frac{x-1}{(x+1)(x+3)}$

4) $\frac{2(x+4)}{(x+2)(x-2)}$ 5) $\frac{6}{(x+8)(x+4)}$

22.—

Réduire :

Rép.

1. $\left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{1-x} \right) \cdot \frac{x^2-1}{x^2+x}$

$\frac{x+1}{x}$

2. $\left(2 + \frac{y^2}{1-y} - \frac{y}{1-y} \right) : \frac{2-y}{1-y}$

$1-y$

3. $\left(1 + \frac{x^2-3x+6}{x^2-4} - \frac{x-1}{x-2} \right) \cdot \frac{2x+4}{x}$

$\frac{2(x-2)}{x}$

4. $\frac{7y-14}{y^2-9} : \left(3 - \frac{2y+11}{y+3} \right)$

$\frac{7}{y-3}$

5. $\left(3 - \frac{x-1}{x-2} - \frac{x^2+x-11}{x^2+x-6} \right) : \frac{x^2+2x}{x^2+9}$

$\frac{x^2+9}{x(x+3)}$

6. $\left(\frac{2x}{x-3} - \frac{36}{x^2-9} - \frac{x+2}{x+3} \right) \cdot \frac{10x}{x+10}$

$\frac{10^+}{x^3}$

7. $\left(\frac{a}{a-1} - \frac{1}{1-a} \right) : \frac{a^2+a}{a^2-1}$

$\frac{a+1}{a}$

8. $\left(\frac{x^2-1}{x-5} - x - 1 \right) \cdot \frac{x^2-25}{x^2+5x+4}$

$\frac{4(x+5)}{x+4}$

23.—

Réduire : 1. $\frac{x + \frac{1}{y}}{x - \frac{1}{y}}$

2. $\frac{\frac{x}{2} - y}{1 + \frac{y}{2}}$

3. $\frac{\frac{x}{2} + 1}{x-2}$

4. $\frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}}$

Rép. 1) $\frac{xy+1}{xy-1}$ 2) $\frac{x-2y}{y+2}$ 3) $\frac{x+2}{2(x-2)}$ 4) $\frac{x(x-1)}{x^2+1}$

24.—

Réduire :

$$1. \left(\frac{2x+3}{x^2+3x} - \frac{3}{2x} \right) : \frac{-2x^2}{x^2-9}$$

$$2. \frac{\frac{1}{x^3}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$$

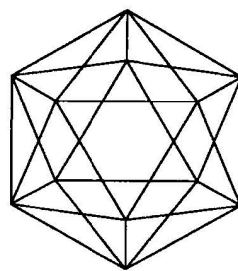
$$3. \frac{x - \frac{x^2+1}{x-1}}{\frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1}}$$

Rép.

$$1) \frac{(x-3)^2}{-4x^3}$$

$$2) \frac{1}{x(x+1)}$$

$$3) \frac{(x+1)^2}{2x}$$



25.—

Réduire :

$$1. \frac{\frac{x}{y} - \frac{z}{u}}{1 - \frac{xz}{yu}} \quad 2. \frac{\frac{x}{y} - z}{\frac{x}{y} + z}$$

$$3. \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

$$4. \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x}{x+2} \right) : \left(\frac{x}{x+2} - \frac{2x}{x+1} \right)$$

Rép.

$$1) \frac{ux - zy}{yu - xz} \quad 2) \frac{x - zy}{x + zy}$$

$$3) \frac{y-x}{y+x} \quad 4) \frac{-1}{x+3}$$

26. Simplifier : $\frac{2ax - a + 2bx - b - 1 + 2x}{2x^2 + 5x - 3}$.

Rép. $\frac{a+b+1}{x+3}$

27. Simplifier les fractions suivantes :

$$1) \frac{(x-2)(x-9)}{x^3 - 3x^2 - 28x + 60}$$

$$2) \frac{x^3 - 3x^2 - 3x - 4}{(x-4)(x+1)}$$

$$3) \frac{3x^3 - 8x^2 - 15x - 4}{(x+1)(3x+1)}$$

$$4) \frac{(2x+5)(x-2)}{2x^3 - x^2 - 23x - 20}$$

Rép. 1) $\frac{x-9}{(x+5)(x-6)}$ 2) $\frac{x^2+x+1}{x+1}$ 3) $x-4$ 4) $\frac{x-2}{(x+1)(x-4)}$

28. Réduire :

$$1) \left(\frac{1}{y^2-9} - \frac{y-3}{3+y} - \frac{y-2}{3-y} \right) : \left(3 - \frac{2y+11}{y+3} \right)$$

Rép.

$$2) \left(\frac{x^2-1}{x-5} - x-1 \right) : \left(\frac{5}{x-5} - \frac{21-x^2}{x^2-25} \right)$$

$$1) \frac{7}{y-3}$$

$$3) \left(\frac{2x+3}{x^2+3x} - \frac{3}{2x} \right) : \left(\frac{2x^2-36}{x^2-9} - 4 \right)$$

$$2) \frac{4(x+5)}{x+4}$$

$$4) \frac{x - \frac{x^2+1}{x-1}}{\frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1}} : \frac{\frac{1}{x^3}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$$

$$3) \frac{-(x-3)^2}{4x^3}$$

$$4) \frac{(x+1)^3}{2}$$

29. Donner la condition d'existence, puis résoudre :

$$1) \frac{7x-1}{x+5} = 3$$

$$2) \frac{x+3}{x-7} = \frac{x-5}{x+1}$$

$$3) \frac{6x-1}{3x-1} = \frac{2x}{x+4}$$

$$4) \frac{1}{x+5} = \frac{1}{2x}$$

$$5) \frac{3x}{x-2} + \frac{2}{x+1} + \frac{6}{x^2-x-2} = 0$$

$$6) \frac{14x-9}{x^2-3x-40} = \frac{3}{x+5}$$

Rép. 1) CE : $x \neq -5$; S : $x = 4$

2) CE : $x \neq 7$ et $x \neq -1$; S : $x = 2$

3) CE : $x \neq \frac{1}{3}$ et $x \neq -4$; S : $x = \frac{4}{25}$

4) CE : $x \neq -5$ et $x \neq 0$; S : $x = 5$

5) CE : $x \neq -1$ et $x \neq 2$; S : $x = -\frac{2}{3}$

6) CE : $x \neq -5$ et $x \neq 8$; S : $x = -\frac{15}{11}$

FR

30. Résoudre les équations suivantes (sans oublier de donner la *condition d'existence*).

1) $\frac{x+1}{x} - 2 = \frac{x-1}{x}$

2) $\frac{x}{x+3} = \frac{x-1}{2x} + \frac{1}{4}$

3) $\frac{1}{x} + 3 = \frac{x-3}{2x}$

4) $\frac{2-x}{x+1} - \frac{5}{3} = \frac{2x+1}{3-2x}$

5) $\frac{3}{2} + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{2}$

6) $\frac{10x-2}{6x-3} + \frac{3x+5}{4x^2-1} = \frac{x-1}{2x+1}$

7) $\frac{x+3}{3x-1} + \frac{1}{4} = \frac{2x-9}{4-12x} + 1$

8) $\frac{x-1}{x^2+x-6} + \frac{2x+1}{x^2-5x+6} + \frac{x+5}{x^2-9} = 0$

Rép. 1) CE : $x \neq 0$; $S = \{1\}$ 2) CE : $x \neq -3, x \neq 0$; $S = \{1; 6\}$ 3) CE : $x \neq 0$; $S = \{-1\}$

4) CE : $x \neq -1, x \neq \frac{3}{2}$; $S = \{0; \frac{7}{2}\}$ 5) CE : $x \neq 3$; $S = \{2\}$

6) CE : $x \neq \pm \frac{1}{2}$; $S = \{-1; -\frac{5}{7}\}$ 7) CE : $x \neq \frac{1}{3}$; $S = \{2\}$

8) CE : $x \neq 2, x \neq \pm 3$; $S = \{-2; \frac{1}{2}\}$

31. Vingt-deux employés, ouvriers et apprentis, reçoivent une gratification ; les ouvriers ont ensemble 6000 francs et les apprentis aussi. Combien y avait-il d'ouvriers et d'apprentis, si chaque apprenti a reçu 100 francs de moins qu'un ouvrier ?

Rép. 10 ouvriers, 12 apprentis

32. Dans une excursion en autocar, on a convenu d'un prix forfaitaire de 270 francs. Trois personnes ayant fait défection, le prix par participant s'en est trouvé augmenté de 1 franc. On demande combien de personnes ont participé à l'excursion.

Rép. 27

33. Un agriculteur achète un certain nombre de moutons pour 2160 francs. S'il en avait reçu 6 de plus pour le même prix, chaque mouton eût coûté 30 francs de moins. Combien a-t-il acheté de moutons ?

Rép. 18

FR

34. Résoudre les équations suivantes (sans oublier de donner la *condition d'existence*).

$$1) \quad \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \frac{x^2 - 2}{x}$$

$$2) \quad 1 = \frac{3x}{x^2 - 9} - \frac{x}{2x - 6}$$

$$3) \quad \frac{x - 3}{x^2 - 3x + 2} - \frac{x - 1}{x^2 - 5x + 6} + \frac{x - 2}{x^2 - 4x + 3} = 0$$

$$4) \quad \frac{\frac{x^2 - 1}{12}}{\frac{x^4 - 1}{x}} = \frac{1}{25}$$

Rép. 1) CE : $x \neq 0, x \neq 2$; $S = \{-2\}$

2) CE : $x \neq \pm 3$; $S = \{-2\}$

3) CE : $x \neq 1, x \neq 2, x \neq 3$; $S = \{6\}$

4) CE : $x \neq 0, x \neq \pm 1$; $S = \left\{\frac{3}{4}; \frac{4}{3}\right\}$

IN

1. Résoudre le problème suivant au moyen d'une inéquation.

Un esquimau possède un thermomètre électronique gradué simultanément en degrés Celsius et en degrés Fahrenheit. Pour quelles températures lit-il un nombre de degrés Celsius supérieur au nombre de degrés Fahrenheit ?

Formule de conversion $^{\circ}\text{C} / ^{\circ}\text{F}$: $F = \frac{9}{5} C + 32$.

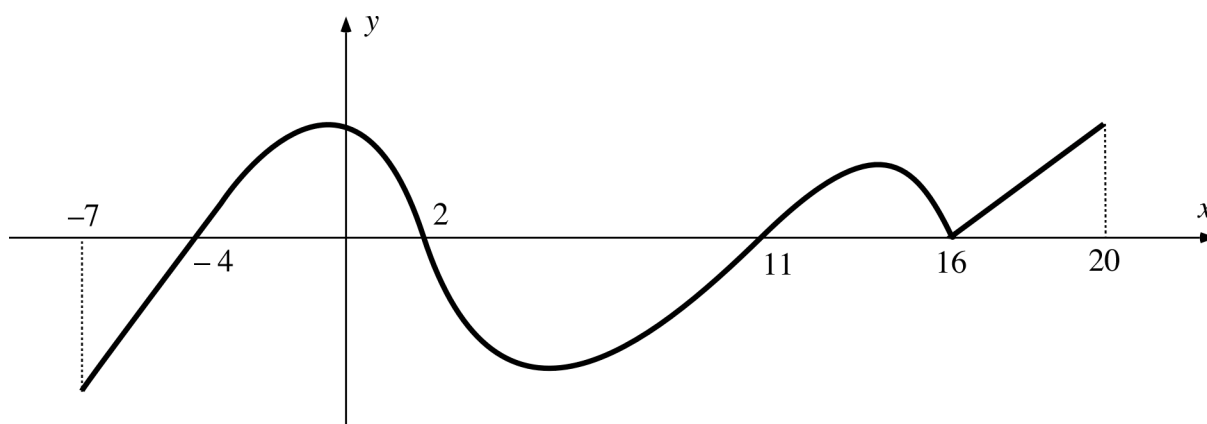
Rép. Pour des températures inférieures à -40°

2. Résoudre le problème suivant au moyen d'une inéquation.

En train, fin 1980, le voyage Paris-Toulouse et retour coûte 277 francs. Une carte "demi-tarif" permet de ne payer que la moitié de ce prix, mais coûte elle-même 1037 francs par an. A partir de combien de trajets devient-elle rentable ?

Rép. A partir de 8 trajets par an

3. Connaissant l'allure du graphe de la fonction f , donner l'ensemble S des solutions comprises entre -7 et 20 de l'inéquation $f(x) \leq 0$:



Rép. $S = [-7; -4] \cup [2; 11] \cup \{16\}$

IN

4. Résoudre les inéquations suivantes :

- | | |
|--|--|
| 1) $7x + 3 > 0$ | 2) $5x - 9 \leq 0$ |
| 3) $-11x + 15 < 0$ | 4) $-x - 2 \geq 0$ |
| 5) $5(1 + 4x) > 7 + 12x$ | 6) $-2x + \frac{x}{2} + 1 \leq -\frac{x}{4}$ |
| 7) $\frac{15t - 4}{2} < 1 + 6t$ | 8) $\frac{x - 4}{2} < \frac{7x}{2} - (3x + 2)$ |
| 9) $\frac{3 - t}{12} - \frac{t}{4} \geq 3 + \frac{5(t - 1)}{3}$ | 10) $4(t^2 + 1) + 8(3t - 4) > 4t^2$ |
| 11) $\frac{x - 5}{3} - \frac{x - 8}{4} \leq 0$ | 12) $\frac{5t}{3} + 1 - \frac{8t + 1}{4} > 0$ |
| 13) $\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} \geq 5\left(\frac{x}{6} + 1\right) - 5$ | 14) $(3t + 45)(3t + 3) < (3t + 6)(3t + 18)$ |
| 15) $\frac{6x - 1}{12} - \frac{3}{4} \geq 4x - \frac{5(1 - 4x)}{2}$ | 16) $2x - \frac{6x + 1}{2} - \frac{8x - 1}{3} + \frac{11x}{3} < 0$ |
| 17) $x + 2 - \frac{3x + 7}{2} - \frac{4x + 7}{3} \geq 0$ | 18) $\frac{5t + 1}{3} - \frac{8t + 1}{4} > \frac{10t + 1}{12}$ |

Rép. 1. $] -3/7 ; +\infty [$ 2. $] -\infty ; \frac{9}{5}]$ 3. $] \frac{15}{11} ; +\infty [$
 4. $] -\infty ; -2]$ 5. $] \frac{1}{4} ; +\infty [$ 6. $[4/5 ; +\infty [$ 7. $] -\infty ; 2 [$
 8. $\emptyset$ 9. $] -\infty ; -13/24]$ 10. $] 7/6 ; +\infty [$ 11. $] -\infty ; -4]$
 12. $] -\infty ; 9/4 [$ 13. $\mathbb{R}$ 14. $] -\infty ; -3/8 [$ 15. $] -\infty ; \frac{10}{81}]$
 16. $\mathbb{R}$ 17. $] -\infty ; -\frac{23}{11}]$ 18. $\mathbb{R}_-^*$

5. Faire l'étude du signe de f :

- | | |
|--|-----------------------------|
| 1) $f(x) = x^2 + 5x + 6$ | 2) $f(x) = 2x + 1$ |
| 3) $f(x) = -3x + 7$ | 4) $f(x) = -9x$ |
| 5) $f(x) = -9x^2$ | 6) $f(x) = 6x^2 - x - 2$ |
| 7) $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$ | 8) $f(x) = (3x - 1)(x + 2)$ |

Rép.

1)
$$\begin{array}{c|ccc} x & -3 & -2 & \\ \hline f(x) & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{c|ccc} x & -1/2 & & \\ \hline f(x) & - & 0 & + \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{c|ccc} x & 7/3 & & \\ \hline f(x) & + & 0 & - \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{c|ccc} x & 0 & & \\ \hline f(x) & + & 0 & - \end{array}$$

5)
$$\begin{array}{c|ccc} x & 0 & & \\ \hline f(x) & - & 0 & - \end{array}$$

6)
$$\begin{array}{c|ccccc} x & -1/2 & 2/3 & & \\ \hline f(x) & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

7)
$$\begin{array}{c|ccc} x & 3/4 & & \\ \hline f(x) & - & 0 & + \end{array}$$

8)
$$\begin{array}{c|ccccc} x & -2 & -1/3 & & \\ \hline f(x) & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

IN

6. Faire l'étude du signe de f :

1) $f(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

2) $f(x) = 3 - 2x$

3) $f(x) = -5 + 4x$

4) $f(x) = 25x^2 - 30x + 34$

5) $f(x) = x^3$

6) $f(x) = x^2 + 1$

Rép.

1)
$$\begin{array}{c|ccc} x & & -2 & \\ \hline f(x) & + & 0 & - \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{c|ccc} x & & 3/2 & \\ \hline f(x) & + & 0 & - \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{c|ccc} x & & 5/4 & \\ \hline f(x) & - & 0 & + \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{c|ccc} x & & & \\ \hline f(x) & & + & \end{array}$$

5)
$$\begin{array}{c|ccc} x & & 0 & \\ \hline f(x) & - & 0 & + \end{array}$$

6)
$$\begin{array}{c|ccc} x & & & \\ \hline f(x) & & + & \end{array}$$

7. Etudier le signe des fonctions suivantes :

1) $f(x) = (x+2)(x+5)(-x+1)$

2) $f(x) = x(3-x)$

3) $f(x) = x^2 - 4$

4) $f(x) = x^3 - x$

5) $f(x) = x^2 + 3x - 10$

6) $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

Rép.

1)
$$\begin{array}{c|cccc} x & & -5 & -2 & 1 \\ \hline f(x) & + & 0 & - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{c|ccc} x & & 0 & 3 \\ \hline f(x) & - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{c|ccc} x & & -2 & 2 \\ \hline f(x) & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{c|cccc} x & & -1 & 0 & 1 \\ \hline f(x) & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

5)
$$\begin{array}{c|ccc} x & & -5 & 2 \\ \hline f(x) & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

6)
$$\begin{array}{c|cccc} x & & -2 & -1 & 1 \\ \hline f(x) & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

8. Etudier le signe des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \frac{5-x}{x+3}$

2) $f(x) = \frac{x(x+1)^2}{x^2-4}$

3) $f(x) = \frac{x(x^2+4x+4)}{(x+1)^6(x-1)}$

4) $f(x) = \frac{2x^2+3x-5}{7x-x^2}$

Rép.

1)
$$\begin{array}{c|ccc} x & & -3 & 5 \\ \hline f(x) & - & 11 & + & 0 & - \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{c|cccc} x & & -2 & -1 & 0 & 2 \\ \hline f(x) & - & 11 & + & 0 & + & 0 & - & 11 & + \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{c|cccc} x & & -2 & -1 & 0 & 1 \\ \hline f(x) & + & 0 & + & 11 & + & 0 & - & 11 & + \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{c|cccc} x & & -5/2 & 0 & 1 & 7 \\ \hline f(x) & - & 0 & + & 11 & - & 0 & + & 11 & - \end{array}$$

IN

9. Résoudre les inéquations suivantes :

1) $x(x-1) < 0$

2) $(x+1)(x-2) > 0$

3) $(2-x)(x+3)(2x-1) \leq 0$

4) $x(2x-3)(1-3x) < 0$

5) $\frac{x-1}{x+3} \leq 0$

6) $\frac{(x-2)(x+2)}{x-1} \geq 0$

7) $\frac{2x+3}{(x-1)(x+2)} \leq 0$

8) $\frac{(x-2)(3-x)}{(4+x)(3x-1)} \leq 0$

Rép. 1) $]0; 1[$ 2) $] -\infty; -1[\cup]2; +\infty[$ 3) $[-3; \frac{1}{2}] \cup [2; +\infty[$
4) $]0; \frac{1}{3}[\cup]\frac{3}{2}; +\infty[$ 5) $] -3; 1]$ 6) $[-2; 1[\cup [2; +\infty[$
7) $] -\infty; -2[\cup [-\frac{3}{2}; 1[$ 8) $] -\infty; -4[\cup]\frac{1}{3}; 2] \cup [3; +\infty[$

10. Résoudre les inéquations :

1. $|x| > 0$

2. $|x - \frac{1}{7}| > 0$

3. $\left| \frac{x-8}{3} \right| < 1$

4. $\left| \frac{2x-1}{5} \right| > 3$

5. $|x^2 - 4x + 4| \leq 4$

6. $\left| \frac{2x+1}{x-3} \right| < 2$

7. $\left| \frac{x-3}{x+2} \right| \geq 2$

8.

Rép. 1) $\mathbb{R}^*$ 2) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{7} \right\}$ 3) $]5; 11[$ 4) $] -\infty; -7[\cup]8; +\infty[$
5) $[0; 4]$ 6) $] -\infty; \frac{5}{4}[$ 7) $[-7; -\frac{1}{3}] - \{-2\}$ 8)

IN

11. Résoudre les inéquations :

- | | |
|---|--|
| 1. $x^2 > x$ | 13. $\frac{6}{10-7x} < \frac{4}{5-3x}$ |
| 2. $x^3 < 4x$ | 14. $\frac{13}{x+4} \leq \frac{15}{2x-3}$ |
| 3. $x^2 - 3x > -2$ | 15. $\frac{5x^2+2}{x^2-9} > \frac{5x-4}{x-3}$ |
| 4. $9(x-1) < x(x+3)$ | 16. $\frac{4x^2+12x+2}{2x^2+6x+1} \geq 2$ |
| 5. $(x-2)^2 > 4(x-1)^2$ | 17. $\frac{x-2}{x+2} \leq \frac{x+1}{x-1}$ |
| 6. $x^3 - 1 < x^2 - 2x + 1$ | 18. $\frac{x^2+10x+16}{x-1} > 10$ |
| 7. $(x+3)^2 > 5(x+3)(x-2)$ | 19. $\frac{2x}{4x^2-1} > \frac{2x+1}{4x^2-4x+1}$ |
| 8. $(x-1)^2(x-2) < (x^2-1)(2-x)$ | 20. $\frac{x-1}{x^3} - \frac{x+1}{x^3-x^2} < \frac{3}{2x^2-x^3-x}$ |
| 9. $(2x-1)^2 > 9(2-x)^2$ | |
| 10. $\frac{1}{x-1} + \frac{x}{x^2-1} > 0$ | |
| 11. $x > \frac{1}{x}$ | |
| 12. $\frac{4x-3}{x-1} \geq 2$ | |

- Rép.
- | | |
|--|---|
| 1) $] -\infty ; 0[\cup] 1 ; +\infty [$ | 2) $] -\infty ; -2[\cup] 0 ; 2[$ |
| 3) $] -\infty ; 1[\cup] 2 ; +\infty [$ | 4) $\mathbb{R} - \{3\}$ |
| 5) $] 0 ; \frac{4}{3} [$ | |
| 6) $] -\infty ; 1[$ | 7) $] -3 ; \frac{13}{4} [$ |
| 8) $] -\infty ; 0[\cup] 1 ; 2 [$ | |
| 9) $] \frac{7}{5} ; 5 [$ | 10) $] -1 ; -\frac{1}{2} [\cup] 1 ; +\infty [$ |
| 11) $] -1 ; 0[\cup] 1 ; +\infty [$ | 12) $] -\infty ; \frac{1}{2}] \cup] 1 ; +\infty [$ |
| 13) $] -\infty ; 1[\cup] \frac{10}{7} ; \frac{5}{3} [$ | 14) $] -\infty ; -4[\cup] \frac{3}{2} ; 9 [$ |
| 15) $] -\infty ; -3[\cup] \frac{14}{11} ; 3 [$ | 16) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{-3-\sqrt{7}}{2} ; \frac{-3+\sqrt{7}}{2} \right\}$ |
| 17) $] -2 ; 0] \cup] 1 ; +\infty [$ | 18) $] 1 ; +\infty [$ |
| 19) $] -\frac{1}{2} ; -\frac{1}{6} [$ | 20) $] 0 ; \frac{1}{4} [$ |

12. Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

- | | | | |
|-----------------|-------------------|------------------------|---------------------------|
| 1) $\sqrt{x-2}$ | 2) $\sqrt{x^2-x}$ | 3) $\sqrt{x^3+x^2-6x}$ | 4) $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ |
|-----------------|-------------------|------------------------|---------------------------|

- Rép.
- | | | | |
|---------------------|---|-----------------------------------|-----------------------|
| 1) $[2 ; +\infty [$ | 2) $] -\infty ; 0] \cup [1 ; +\infty [$ | 3) $[-3 ; 0] \cup [2 ; +\infty [$ | 4) $] -1 ; +\infty [$ |
|---------------------|---|-----------------------------------|-----------------------|

IN

13. Résoudre les inéquations :

$$1. \frac{5x^2 + 2}{x^2 - 9} > \frac{5x - 4}{x - 3}$$

$$5. \frac{x + 1}{x - 1} - \frac{x - 2}{x + 2} > \frac{9}{5}$$

$$2. \frac{4x^2 + 12x + 2}{2x^2 + 3x + 4} > 2$$

$$6. \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 7x + 12} > 1$$

$$3. \frac{x - 2}{x + 2} < \frac{x + 1}{x - 1}$$

$$7. \frac{x^2 + 10x + 16}{x - 1} > 10$$

$$4. \frac{1}{x^2 - 2x} < 1 - \frac{2}{x}$$

$$8. \frac{5}{x^2 + 5x + 6} - \frac{2}{x^2 - 4} > \frac{3}{x^2 - 9}$$

Rép.

$$1)] -\infty ; -3[\cup] \frac{14}{11} ; 3[$$

$$2)] 1 ; +\infty [$$

$$3)] -2 ; 0[\cup] 1 ; +\infty [$$

$$4)] -\infty ; 0[\cup] 1 ; 2[\cup] 3 ; +\infty [$$

$$5)] -2 ; -\frac{2}{3}[\cup] 1 ; 3[$$

$$6)] \frac{5}{2} ; 3[\cup] 4 ; +\infty [$$

$$7)] 1 ; +\infty [$$

$$8)] -\infty ; -3[\cup] -2 ; 2[\cup] \frac{12}{5} ; 3[$$

14. Résoudre les systèmes d'inéquations suivants :

$$1. \begin{cases} 4x - 1 > \frac{x-2}{3} + 2x \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 1 - 4x^2 + 3x < 0 \\ x^2 - 6x + 9 > 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x^2 - 6x < 0 \\ 3x + 5 < 1 - x \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x(x - 4) > 4(x - 3) \\ x(x - 4) > 10(x - 4) \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x + 2 > \frac{3}{2} \\ x(x + 1) > 6(x - 1) \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} \frac{x^2}{2} + \frac{x+1}{5} > -2 \\ \frac{x-2}{7} - \frac{x^2-1}{2} < 3 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 1 - 9x^2 < 0 \\ 2x - x^2 < 0 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 3(4x + 1)(4x - 1) > 6 - x^2 \\ 3(x^2 - 2) < 43 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x^2 - 4x + 4 > 0 \\ x^2 + 3x + 5 > 0 \end{cases}$$

Rép.

$$1)] \frac{1}{5} ; 1[\cup] 2 ; +\infty [$$

$$2) \emptyset$$

$$3)] -\frac{1}{8} ; 2[\cup] 3 ; +\infty [$$

$$4)] -\infty ; -\frac{1}{3}[\cup] 2 ; +\infty [$$

$$5) \mathbb{R} - \{2\}$$

$$6)] -\infty ; -\frac{1}{4}[\cup] 1 ; 3[\cup] 3 ; +\infty [$$

$$7)] -\infty ; 2[\cup] 10 ; +\infty [$$

$$8) \mathbb{R}$$

$$9)] -\frac{7\sqrt{3}}{3} ; -\frac{3}{7}[\cup] \frac{3}{7} ; \frac{7\sqrt{3}}{3}[$$

15. Résoudre les inéquations en x :

$$1. ax^2 - (a^2 - 3)x - 3a < 0$$

$$(a > 0)$$

$$2. ax^2 + (2 - a^2)x - 2a < 0$$

$$(a < 0)$$

$$3. \frac{x^2 - a^2}{a^2} + \frac{x + a}{a} < \frac{4x}{3a}$$

$$(a > 0)$$

$$4. (a - b)x^2 + \frac{ab}{a - b} > (a + b)x$$

$$(a > b > 0)$$

Rép.

$$1)] -\frac{3}{a} ; a[$$

$$2)] -\infty ; a[\cup] -\frac{2}{a} ; +\infty [$$

$$3)] 0 ; \frac{a}{3}[$$

$$4)] -\infty ; \frac{b}{a-b}[\cup] \frac{a}{a-b} ; +\infty [$$

IN

16. Etudier le signe de la fonction f . Dans un graphique rapporté à un repère Oxy , hachurer les zones du plan dans lesquelles le graphe de f ne passe en tout cas pas, compte tenu de l'étude du signe.

1) $f(x) = \frac{1}{x}$

2) $f(x) = \frac{2}{x-3}$

3) $f(x) = \frac{x-3}{x(x+7)}$

4) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-5}$

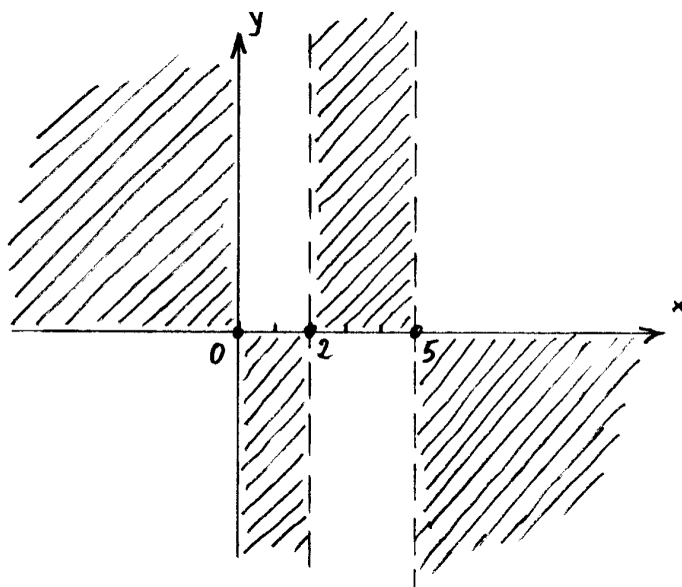
5) $f(x) = \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x}$

6) $f(x) = \frac{x}{x^2-16} - \frac{2}{x+4}$

Exemple

$$f(x) = \frac{(x-2)(x-5)}{x}$$

x	0	2	5
$x-2$	-	0	+
$x-5$	-	-	0
x	-	+	+
$f(x)$	-	+	-



Rép.

1. $\frac{x}{f(x)} \mid - \parallel +$

2. $\frac{x}{f(x)} \mid - \parallel +$

3. $\frac{x}{f(x)} \mid - \parallel + \parallel - \parallel +$

4. $\frac{x}{f(x)} \mid - \parallel + \parallel - \parallel +$

5. $\frac{x}{f(x)} \mid + \parallel - \parallel +$

6. $\frac{x}{f(x)} \mid + \parallel - \parallel + \parallel -$

17. Une personne doit choisir entre deux tarifs pour son abonnement d'électricité. Soit elle paie 20 centimes par kWh (tarif A), soit elle s'acquitte d'une somme forfaitaire de 40 fr par mois, le kWh lui étant facturé dans ce cas 12 centimes (tarif B).

- Exprimer chaque mode de facturation au moyen d'une fonction affine (prix mensuel en fonction de la consommation mensuelle).
- Pour quelle consommation mensuelle le tarif B est-il plus avantageux que le tarif A ?

IN

18. Déterminer l'ensemble de définition :

1. $f(x) = \frac{1}{x+2}$

2. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

3. $f(x) = \frac{1}{2x^2 + x + 1}$

4. $f(x) = \frac{1}{x^3 + x}$

5. $f(x) = \sqrt{7x^2 - 4x - 11}$

5. $f(x) = \sqrt{7x^2 - 4x - 11}$ 6. $f(x) = \frac{3x-2}{\sqrt{5x^2-13x+6}}$

7. $f(x) = \sqrt{x-1} \sqrt{x+2} \sqrt{x-5}$

8. $f(x) = \sqrt{(x-1)(x+2)(x-5)}$

Rép. 1. $\mathbb{R} - \{2\}$

2. $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$

3. $\mathbb{R}$

4. $\mathbb{R}^*$

5. $] -\infty; -1] \cup [\frac{11}{7}; +\infty[$

6. $]-\infty; \frac{3}{5}[\cup]2; +\infty[$

7. $[5; +\infty[$

8. $[-2; 1] \cup [5; +\infty[$

19. Etudier le signe de $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{(x-1)(x-2)}}$.

Rep.

x	0	1	2
f(x)	-	0	+ +

20. Etudier le signe des fonctions suivantes : (la factorisation nécessite une division euclidienne)

1) $f(x) = x^3 + 6x^2 + 3x - 10$

$$2) \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - 21x - 18$$

$$3) \quad f(x) = \frac{2x^3 + 9x^2 - 50x + 48}{-x^2 + 5x - 7}$$

$$4) \quad f(x) = \frac{8x^2 + 2x - 10}{3x^3 - 31x^2 + 37x - 9}$$

<i>Rép.</i>	1)	x	-5	-2	1	
		$f(x)$	$-$	0	$+$	0

$$2) \quad \begin{array}{c|cccccc} x & & -3 & & -1 & & 6 \\ \hline f(x) & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

3)	x	-8	$3/2$	2
	$f(x)$	$+$	0	$-$

4)	x	$-5/4$	$1/3$	1	9
	$f(x)$	$-$	0	$+$	$\parallel$
		$-$	$\parallel$	$-$	$\parallel$
		$+$	$\parallel$	$-$	$\parallel$
		$-$	$\parallel$	$+$	$\parallel$

PR

1. Réduire :

1. $x^3 x^5$; $x^2 x^7 x^3$; $a^5 a^6 a$; $x^2 + x^3$

2. $(x^3)^7$; $(a^2)^5$; $((a^3)^4)^5$; $(a^2)^5 a^3$

3. $(xy)^2$; $(xyz)^3$; $(3ax)^3$; $(a+x)^2$

4. $(x^2 y^3)^2$; $(3a^2 z)^2$; $((abc)^2)^3$; $(-1)^{37}$

Rép.

1. x^8 ; x^{12} ; a^{12} ; $x^2 + x^3$

2. x^{21} ; a^{10} ; a^{60} ; a^{13}

3. $x^2 y^2$; $x^3 y^3 z^3$; $27a^3 x^3$; $a^2 + 2ax + x^2$

4. $x^4 y^6$; $9a^4 z^2$; $a^6 b^6 c^6$; -1

2. Calculer la valeur numérique des expressions suivantes pour la valeur de x donnée :

1) $2x^2 - x$ pour $x = -3$

2) $x^2 - 2x + 3$ pour $x = \frac{1}{3}$

3) $x^2 + x + 1$ pour $x = -\frac{1}{3}$

4) $5x^3 - x + 1$ pour $x = -\frac{2}{5}$

Rép. 1) 21 2) $\frac{22}{9}$ 3) $\frac{7}{9}$ 4) $\frac{27}{25}$

PR

3. Réduire : $(x, y, z, a, b, c \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N})$

$$1. \quad x^2 (a^2 x)^3; \quad a^n a^{n+1}; \quad 3^0; \quad (xz)^2 (3x^2)^3$$

$$2. \quad ((-x)^2 a)^3; \quad (2xy)^2 (x^2 z)^3; \quad (-2x^3 y^5)^2$$

$$3. \quad \left(\frac{a^2}{a} \cdot b\right)^5; \quad (xy^2 x^2 y)^3; \quad (-5xz)^3; \quad (x^2 + 1)^0$$

$$4. \quad \left(\frac{-a^2 x}{ax}\right)^3; \quad (3a^n a^n)^2; \quad (-7x^{2n} x^n)^3$$

$$5. \quad \frac{(-a)^{17} a^2}{a^{19}}; \quad (7a^2 b^3 c^4)^n; \quad (-a^2 b)^{1421}; \quad (-1)^{2n}$$

Rép. 1. $a^6 x^5; \quad a^{2n+1}; \quad 1; \quad 27x^8 z^2$

2. $a^3 x^6; \quad 4x^8 y^2 z^3; \quad 4x^6 y^{10}$

3. $a^5 b^5; \quad x^9 y^9; \quad -125x^3 z^3; \quad 1$

4. $-a^3; \quad 9a^{4n}; \quad -343x^{9n}$

5. $-1; \quad 7^n a^{2n} b^{3n} c^{4n}; \quad -a^{2842} b^{1421}; \quad 1$

4.—

a) Ecrire en code décimal : $10^3; 10^6; 10^{-2}; 10^{-9}; 100^{-3}; 1000^{-2}$.

b) Ecrire sous forme d'une puissance de 10 : $10'000; 1'000'000; \frac{1}{1000}; \frac{1}{100^2}; 0,0001$.

Rép. a) $1000; 1'000'000; 0,01; 0,000'000'001; 0,000'001; 0,000'001$

b) $10^4; 10^6; 10^{-3}; 10^{-4}; 10^{-4}$

5.—

a) Trouver le rayon d'un disque dont l'aire vaut 7π .

b) Idem pour une sphère de volume 36π .

Rép. a) $\sqrt{7}$ b) 3

PR

6. Résoudre les équations suivantes : (inconnue : x)

1. $x^2 = 3$

5. $21 - 3x^2 = 0$

2. $2x^2 - 32 = 0$

6. $\frac{4}{3}\pi x^3 = 10$

3. $x^3 - 5 = 0$

7. $ax^3 + b = 0 \quad (a \neq 0)$

4. $2x^3 = a$

8. $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$

Rép.

1. $\pm 1,732$

4. $\sqrt[3]{a/2}$

6. $\sqrt[3]{\frac{15}{2\pi}}$

2. ± 4

5. $\pm 2,646$

7. $\sqrt[3]{\frac{-b}{a}}$

3. $1,71$

8. $\pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{3}$

7.-

Réduire : 1) $\sqrt{12}$; $\sqrt{27}$; $\sqrt{40}$; $\sqrt{75}$
2) $\sqrt{252}$; $\sqrt{500}$; $\sqrt{108}$; $\sqrt{245}$

Rép. 1) $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{3}$; $2\sqrt{10}$; $5\sqrt{3}$ 2) $6\sqrt{7}$; $10\sqrt{5}$; $6\sqrt{3}$; $7\sqrt{5}$

8.-

Calculer (sans machine) :

1. $\sqrt{16 \cdot 10000}$

5. $\sqrt[3]{\frac{8}{1000}}$

8. $\sqrt[3]{\frac{1}{10^{15}}}$

2. $\sqrt[3]{27 \cdot 1000}$

6. $\sqrt[3]{0,027}$

9. $\sqrt{0,0009}$

3. $\sqrt{16 \cdot 10^4}$

7. $\sqrt{10^6}$

10. $\sqrt[3]{0,064}$

4. $\sqrt{\frac{9}{100}}$

Rép.

1) 400 2) 30 3) 400 4) 0,3 5) 0,2

6) 0,3 7) 10^3 8) 10^{-5} 9) 0,03 10) 0,4

PR

9. Réduire :

- 1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{40}$; $\sqrt{3} \sqrt{7}$; $\sqrt{6} \cdot \sqrt{5}$; $\sqrt{8} \cdot \sqrt{3}$
 2) $\sqrt{147}$; $\sqrt{80}$; $3\sqrt{5} - 4\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - 3\sqrt{80}$
 3) $2\sqrt{40} - 2\sqrt{90} + \sqrt{4000} - 5\sqrt{10}$; $3\sqrt{12}$

Rép.

- 1) $4\sqrt{5}$; $\sqrt{21}$; $\sqrt{30}$; $2\sqrt{6}$
 2) $7\sqrt{3}$; $4\sqrt{5}$; $-2\sqrt{5}$ 3) $13\sqrt{10}$; $6\sqrt{3}$

10. Réduire :

- a) $(3 - \sqrt{3})(1 - 2\sqrt{3})$ c) $(2\sqrt{3} - 1)^2$
 b) $(4 - \sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})$ d) $(2\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

Rép.

- a) $9 - 7\sqrt{3}$ c) $13 - 4\sqrt{3}$
 b) $16 - 11\sqrt{2}$ d) $23 + 4\sqrt{15}$

11. Eliminer la racine du dénominateur :

- a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\frac{2}{\sqrt{6}}$; $\frac{3}{\sqrt{6}}$ b) $\frac{2}{3\sqrt{12}}$; $\frac{2}{\sqrt{2}}$; $\frac{15}{\sqrt{80}}$
 c) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$; $\frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{4\sqrt{5} + 6}{\sqrt{20}}$; $\frac{\sqrt{32} - 7\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$

- Rép. a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{6}}{3}$; $\frac{\sqrt{6}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{9}$; $\sqrt{2}$; $\frac{3\sqrt{5}}{4}$
 c) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$; $\frac{\sqrt{3} - 3}{3}$ d) $\frac{10 + 3\sqrt{5}}{5}$; $-\frac{3}{2}$

PR

12. Réduire :

a) $(3\sqrt{2})^2$; $(\sqrt{2}-\sqrt{6})^2$; $(3a\sqrt{b})^2$ b) $2\sqrt{18}\sqrt{8}$; $\sqrt{\frac{1}{72}}\sqrt{32}$; $\sqrt{\frac{2}{25}}\sqrt{\frac{5}{4}}$

c) $\sqrt{\frac{7}{3}}\sqrt{\frac{27}{14}}$; $(7+2\sqrt{6})(9-5\sqrt{6})$; $\sqrt{\frac{35}{11}}\sqrt{\frac{88}{5}}$

Rép. a) 18 ; $8-4\sqrt{3}$; $9a^2b$ b) 24 ; $\frac{2}{3}$; $\frac{\sqrt{10}}{10}$ c) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; $3-17\sqrt{6}$; $2\sqrt{14}$

13. Réduire : 1) $\frac{a^{-5}b^4}{a^2b^{-1}}$ 2) $\frac{(a^2b^{-3})^2}{a(b^{-1})^2}$ 3) $\frac{(2a)^{-3}b^5}{b^24a^{-1}}$

Rép. 1) $a^{-7}b^5$ 2) a^3b^{-4} 3) $2^{-5}a^{-2}b^3$

14. Ecrire sans barre de fraction :

1) $\frac{1}{a^3}$ 2) $\frac{a}{b^7}$ 3) $\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^5$
4) $\frac{1}{a^{-4}}$ 5) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3}$ 6) $\left(\frac{a}{(cd)^5}\right)^2$

Rép. 1) a^{-3} 2) ab^{-7} 3) $a^{10}b^{-15}$ 4) a^4 5) $a^{-3}b^3$ 6) $a^2c^{-10}d^{-10}$

15. Ecrire sans exposants négatifs :

1) a^{-5} 2) $(a^2b^{-2})^{-3}$ 3) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-4}$
4) 10^{-5} 5) $(a^{-3}b^2c^4)^{-1}$ 6) $\left(\frac{ac^{-1}}{2b^{-4}}\right)^2$

Rép. 1) $\frac{1}{a^5}$ 2) $\frac{b^6}{a^6}$ 3) $\frac{b^4}{a^4}$ 4) $\frac{1}{10^5}$ 5) $\frac{a^3}{b^2c^4}$ 6) $\frac{a^2b^8}{4c^2}$

16. Ecrire sous forme d'une puissance de a :

1) a^8a^{-5} 2) $a^{-4}a^{-2}$ 3) $a^{2n-9}a^{8-n}$ 4) $a^{n-3}a^{3-n}$

Rép. 1) a^3 2) a^{-6} 3) a^{n-1} 4) 1

PR

17.—

- a) Ecrire en code décimal : 10^3 ; 10^6 ; 10^{-2} ; 10^{-9} ; 100^{-3} .
 b) Ecrire les nombres ci-dessous en "notation scientifique", c'est-à-dire sous la forme

$$a \cdot 10^n, \text{ avec } 1 \leq a < 10$$

0,0003 ; 0,0042 ; 163200 ; 0,00704 ; 429,74 ; 3270,31 ; 0,00148 ; 136.

- c) Calculer : (réponse en notation scientifique)

$$(3,6 \cdot 10^{-6}) \cdot (2 \cdot 10^3) ; (8 \cdot 10^{21}) \cdot (3 \cdot 10^{-10}) ; \frac{8,6 \cdot 10^{17}}{2 \cdot 10^{11}} ; \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 2,1 \cdot 10^5}{1,5 \cdot 10^{18}}.$$

Rép. a) 1000 ; 1'000'000 ; 0,01 ; 0,000'000'001 ; 0,000'001

b) $3 \cdot 10^{-4}$; $4,2 \cdot 10^{-3}$; $1,632 \cdot 10^5$; $7,04 \cdot 10^{-3}$;
 $4,2974 \cdot 10^2$; $3,27031 \cdot 10^3$; $1,48 \cdot 10^{-3}$; $1,36 \cdot 10^2$

c) $7,2 \cdot 10^{-3}$; $2,4 \cdot 10^{12}$; $4,3 \cdot 10^6$; $7 \cdot 10^{-17}$

18. Réduire : 1) $\frac{(x^2 y^3)^n}{(x^3 y^2)^{n-1}}$ 2) $\frac{(a^{n-1} b^n)^2}{(a^2 b^2)^{n-1}}$

Rép. 1) $x^{3-n} y^{n+2}$ 2) b^2

19. Eliminer les racines du dénominateur. Réduire.

1) $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{80}}$ 2) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{18}}{2\sqrt{3}}$ 3) $\frac{10\sqrt{2} + 20}{\sqrt{2700}}$
 4) $\frac{10a}{\sqrt{a}}$ 5) $\frac{a^5}{\sqrt{a^3}}$ 6) $\frac{3}{\sqrt{a}} : \frac{1}{\sqrt{b}}$

Rép. 1) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ 2) $\frac{1+\sqrt{6}}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{9}$ 4) $10\sqrt{a}$ 5) $a^3\sqrt{a}$ 6) $\frac{3\sqrt{ab}}{a}$

20. Réduire :

1) $\sqrt{\frac{4}{3}} \sqrt{\frac{27}{16}}$ 2) $\sqrt{\frac{1}{25}} \sqrt{\frac{144}{49}}$ 3) $\sqrt{\frac{1}{72}} \sqrt{32}$ 4) $\sqrt{\frac{28}{5}} \sqrt{\frac{35}{4}}$

Rép. 1) $3/2$ 2) $12/35$ 3) $2/3$ 4) 7

PR

21.—

- a) Trouver le côté d'un carré dont l'aire est double de celle d'un carré de côté 3.
b) Trouver l'arête d'un cube dont le volume est double de celui d'un cube d'arête 2.

Rép. a) $3\sqrt{2}$ b) $2\sqrt[3]{2}$

22. La valeur acquise par un capital C_0 placé à la banque pendant n années au taux t est donnée par la formule suivante :

$$C_n = C_0(1+t)^n$$

Un capital de 1000 francs rapporte 191 francs en 3 ans. Quel est le taux du placement ?

Rép. 6%

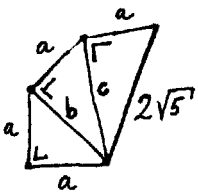
23.—

Simplifier :

1) $\frac{2+6\sqrt{2}}{2}$ 3) $\frac{35+7\sqrt{5}}{14}$
2) $\frac{5-10\sqrt{3}}{5}$ 4) $\frac{18-27\sqrt{2}}{36}$

Rép. 1) $1+3\sqrt{2}$ 2) $1-2\sqrt{3}$ 3) $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$ 4) $\frac{2-3\sqrt{2}}{4}$

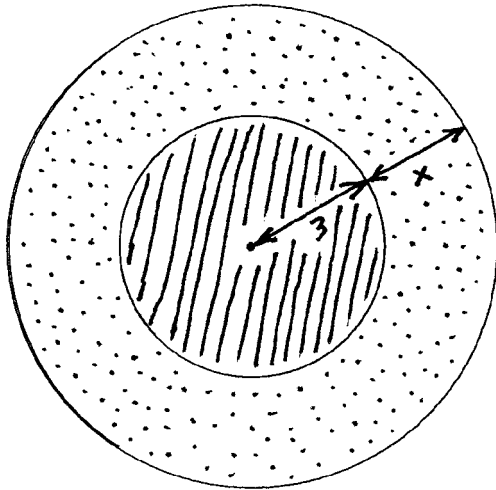
24.—



Trouver a !

Rép. $\sqrt{5}$

25.—



Déterminer x afin que l'aire du disque central (hachuré) soit égale à l'aire de l'anneau extérieur ("sablé").

Rép. $3\sqrt{2} - 3$

26. Réduire : 1) $\sqrt{72} + 3 - \sqrt{50} - \sqrt{25}$

2) $(9\sqrt{12} + 3)(\sqrt{3} + 8)$

3) $2\sqrt{28} - 6\sqrt{\frac{7}{4}} + 14\sqrt{\frac{1}{7}}$

4) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{2}$

Rép. 1) $\sqrt{2} - 2$

2) $78 + 147\sqrt{3}$

3) $3\sqrt{7}$

4) $2\sqrt{2}$

27. Résoudre les équations en x suivantes :

1) $(x+5)^2 = 3$

2) $(x-1)^2 = 12$

3) $(x+6)^3 = 2$

4) $(x+a)^2 - 2\pi = 0$

Rép. 1) $-5 \pm \sqrt{3}$

2) $1 \pm 2\sqrt{3}$

3) $-6 + \sqrt[3]{2}$

4) $-a \pm \sqrt{2\pi}$

28. Réduire : (réponses sans exposants négatifs)

1) $(a^2b^{-3})^5$

2) $\left(\frac{a^{-1}b^3}{b^2a^2}\right)^2$

3) $\frac{8a^{-2}b^5}{2^{-4}b^{-1}a}$

4) $\frac{(2a^{-1}b^4)^3}{16(a^2b)^5}$

5) $(a^3b)^4 \cdot 4b^{-5}$

6) $(x^3y^{-2}z)^{-1}(x^2yz)$

Rép. 1) $\frac{a^{10}}{b^{15}}$

2) $\frac{b^2}{a^6}$

3) $\frac{128b^6}{a^3}$

4) $\frac{b^7}{2a^{13}}$

5) $\frac{4a^{12}}{b}$

6) $\frac{y^3}{x}$

SY

1. Résoudre les systèmes échelonnés suivants :

$$1) \begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ y + 3z = 16 \\ 2z = 10 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x - y - z = -7 \\ 2y - 3z = -5 \\ 7z = 21 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x + 4y + 2z - 8t = 12 \\ -5y - 3z + 4t = -12 \\ 7z + 13t = -8 \\ 22t = 22 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 5x - 8y + 5z - t = 0 \\ 2y + 3z = 0 \\ 6z - 3t = 0 \\ 12t = 48 \end{cases}$$

Rép. 1) 2 ; 1 ; 5 2) -1 ; 2 ; 3 3) 2 ; 5 ; -3 ; 1 4) -6 ; -3 ; 2 ; 4

2. Ecrire *immédiatement* le résultat de la combinaison linéaire indiquée :

$$1) \begin{cases} x + 3y = 2 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$2) \begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ 5x + y - 3z = -1 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$3) \begin{cases} x - 3y + 2z = 3 \\ 5x - y - z = 2 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} 3 \\ -2 \end{vmatrix}$$

$$4) \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x - y = -1 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} 3 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$5) \begin{cases} 2x - 3y + z = -2 \\ 3x + y - z = 1 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} 3 \\ -2 \end{vmatrix}$$

$$6) \begin{cases} 6x - y = 3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \end{vmatrix}$$

Rép. 1) $11x + 3y = 19$ 2) $-x - 7y + 5z = 3$ 3) $-7x - 7y + 8z = 5$
 4) $7y = 13$ 5) $-11y + 5z = -8$ 6) $-5y = -7$

3. Résoudre les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 5y + z = 0 \\ 3x - y - 2z = 5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ -2x + y - z = -9 \\ 5x - 2y + 8z = 33 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 7x + y - z = 5 \\ 14x - 2y + z = -5 \\ -21x + 5y + z = 11 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + y + 3z = 1 \\ 2x - y - 6z = 0 \\ -x + 3y + 9z = -1 \end{cases}$$

Rép. 1) (2; -1; 1) 2) (3; -1; 2) 3) ($\frac{1}{7}$; 3; -1) 4) (1; -2; $\frac{2}{3}$)

4. Résoudre :

$$1) \begin{cases} 3x + 2y - 5z = 11 \\ 6x - 10y + 3z = 6 \\ x + y - 2z = 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y + z = 60 \\ x - 3y + 2z = -4 \\ 2x + 5y - 5z = 68 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x + y = 12 \\ x + 3z = 32 \\ 7y - z = 46 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 3z = 16 \\ 5y - z = 10 \end{cases}$$

Rép. 1) 5 ; 3 ; 2 2) 24 ; 20 ; 16 3) 2 ; 8 ; 10 4) 1 ; 3 ; 5

5. Résoudre :

$$1. \begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 7 \\ x + z = 6 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 3z = 16 \\ 5y - z = 10 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x + 3y = 21 \\ 3x - 2z = -5 \\ 4y + 7z = 69 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x + 4y - 16z = 0 \\ 5x - 8y + 10z = 0 \\ 2x + 6y + 7z = 52 \end{cases}$$

Rép. 1) 2 ; 3 ; 4 2) 1 ; 3 ; 5 3) 3 ; 5 ; 7 4) 4 ; 5 ; 2

12. Résoudre :

$$1. \quad \begin{cases} \frac{4x-5}{3} + \frac{3y-4}{5} + 3(x-y) = 0 \\ \frac{7x-3}{4} - \frac{5y+2}{3} - 2(x-y) = 0 \end{cases}$$

$$2. \quad \begin{cases} x + y + z = 36 \\ 3x - 3z = -6 \\ 6y - 5z = 7 \end{cases}$$

$$3. \quad \begin{cases} x - y + z = 34 \\ 2y = 5x + 8 \\ 3z - 12 = 13x \end{cases}$$

$$4. \quad \begin{cases} 5x - 3y = 30 \\ 3x + z = 36 \\ 4y - 3z = 12 \end{cases}$$

$$5. \quad \begin{cases} \frac{x+2}{3} + 8y = 31 \\ 10x + \frac{y+5}{4} = 192 \end{cases}$$

Rép. 1) 5 ; 8 2) 11 ; 12 ; 13 3) 12 ; 34 ; 56 4) $\frac{480}{47}$; $\frac{330}{47}$; $\frac{252}{47}$ 5) 19 ; 3

13. Résoudre par substitution :

$$1. \quad \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 4 \end{cases}$$

$$2. \quad \begin{cases} y - x = 8 \\ xy + 15 = 0 \end{cases}$$

$$3. \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = 13 \\ x + y = 13 \end{cases}$$

$$4. \quad \begin{cases} y^2 + x - 11 = 0 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

Rép.

$$1) \quad (x, y) = (3 + \sqrt{5}; 3 - \sqrt{5}) \text{ ou } (3 - \sqrt{5}; 3 + \sqrt{5})$$

$$2) \quad (x, y) = (-3; 5) \text{ ou } (-5; 3)$$

$$3) \quad (x, y) = (7; 6)$$

$$4) \quad (x, y) = (10; -1) \text{ ou } (-5; 4)$$

19. Résoudre :

$$1. \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x^2 - y^2 + 8 = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} y^2 = 12x \\ x - 2y = -12 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \frac{4x-1}{5} - x = y - \frac{3y-4}{2} \\ \frac{x-2}{2} - x = \frac{5y-9}{7} - y \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{1}{xy} = 3 \\ x(y-1) = 0 \end{cases}$$

Rép. 1) $(1; 3)$ ou $(-\frac{7}{3}; -\frac{11}{3})$
3) $(4; 6)$

2) $(12; 12)$
4) $(\frac{1}{3}; 1)$

20. Résoudre :

$$\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 3y + 4z = 14 \\ 7z + u = 5 \\ 5x + 2u = 8 \end{cases}$$

Rép. $(x, y, z, u) = (1; 4; \frac{1}{2}; \frac{3}{2})$

21. Résoudre :

$$1. \begin{cases} x + y + z + u = 5 \\ y + u = 13 \\ z + u = -2 \\ -z + u = 14 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} xy = -36 \\ x - y = 13 \end{cases}$$

Rép. 1) $0; 7; -8; 6$
2) $(9; -4)$ ou $(4; -9)$