

M GÉOMÉTRIE DE **MONGE**

2012

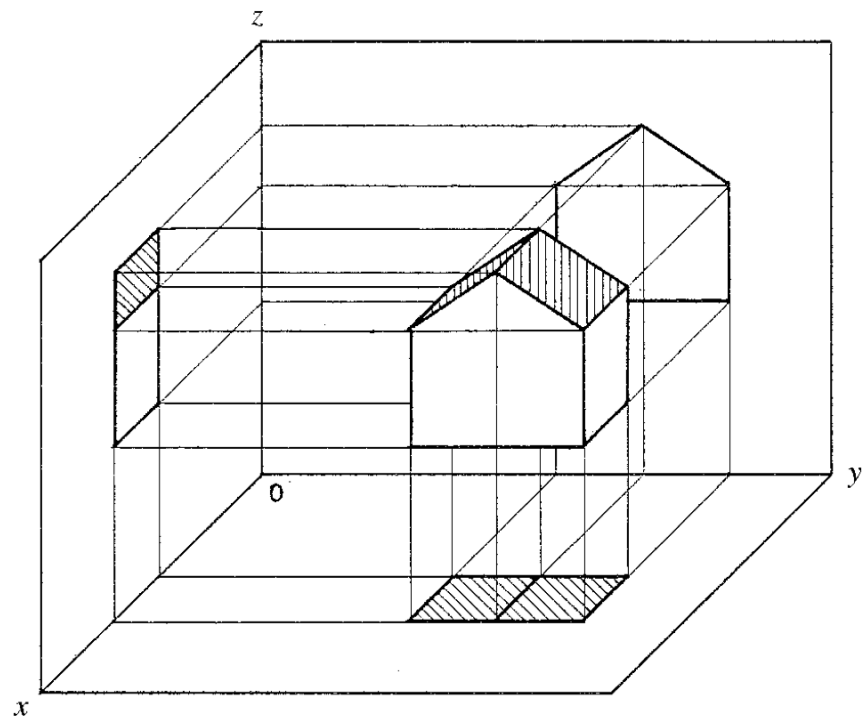
TABLE DES MATIÈRES

Les trois projections de Monge	2
Projections d'un point	3
Changements de plan de projection	5
Représentation d'une droite.....	6
Position relative de deux droites distinctes	8
Représentation d'un plan	9
Droites principales d'un plan.....	11
Intersection d'une droite et d'un plan.....	12
Normale à un plan	16
Rotation	19
Rabattement	20
Projection orthogonale d'un cercle ou d'une ellipse	23
Pour construire les projections d'un cercle	24
Section plane d'un cylindre de révolution	25

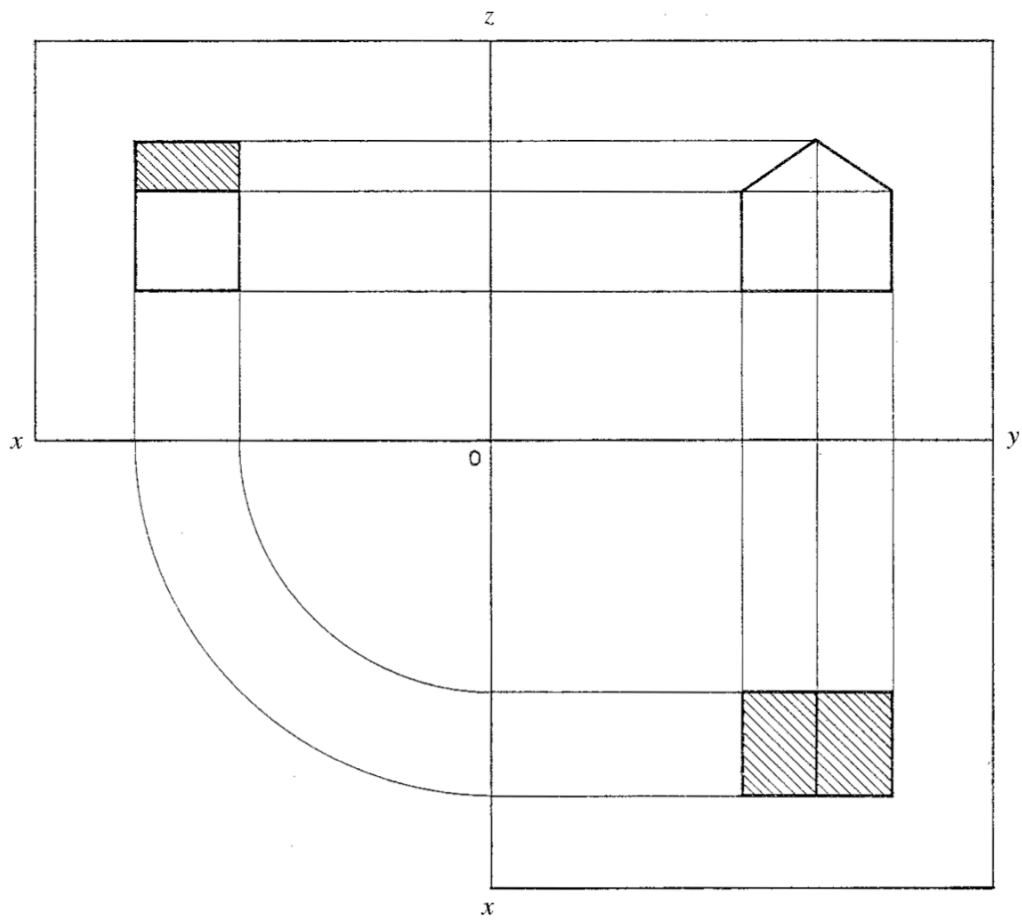
EXERCICES

LES TROIS PROJECTIONS DE MONGE

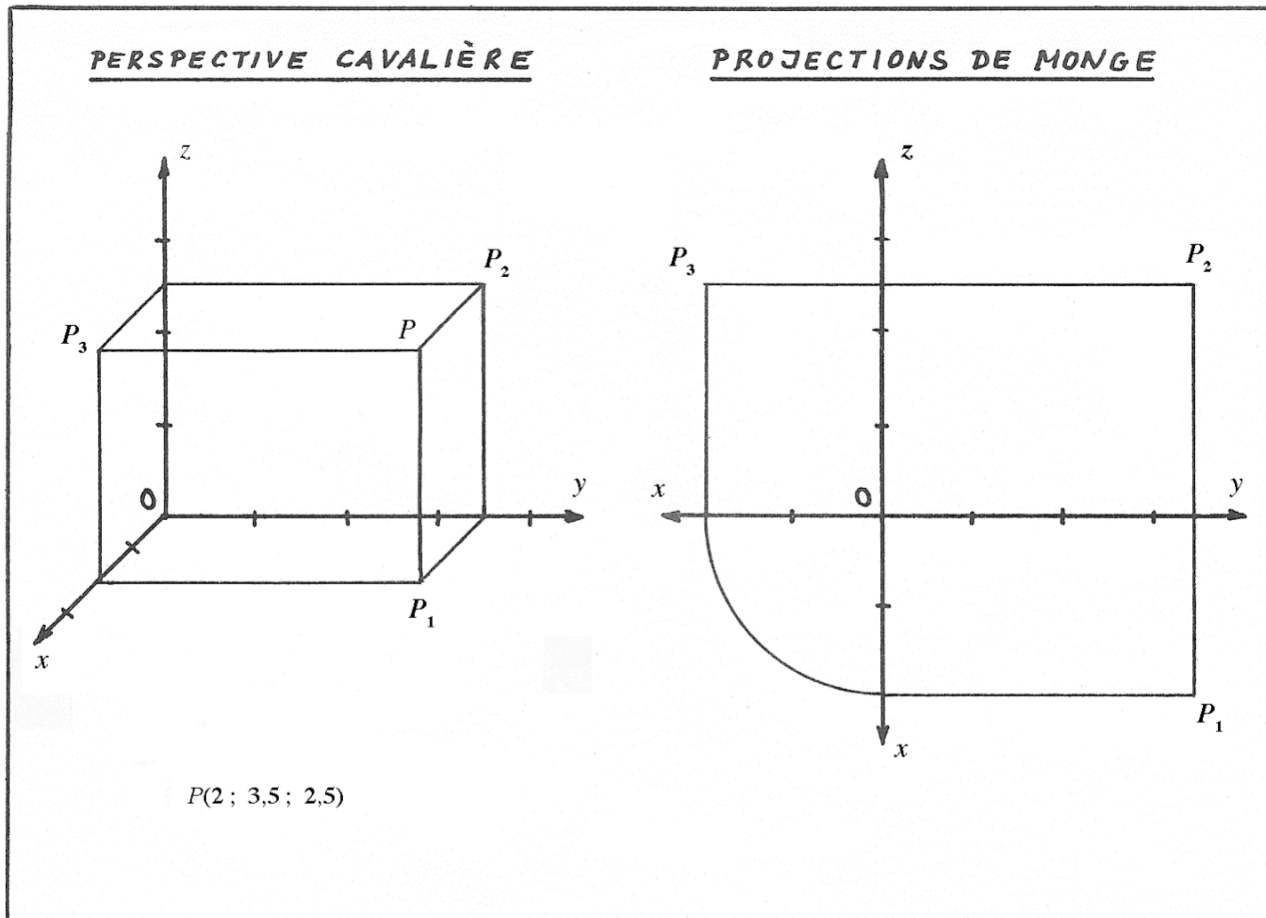
Perspective cavalière



Projections de Monge



PROJECTIONS D'UN POINT



Terminologie

- O Origine
- Oy Ligne de terre
- Oxy Premier plan de projection π_1 (sol)
- Oyz Deuxième plan de projection π_2 (mur frontal)
- Oxz Troisième plan de projection π_3 (mur latéral)
- P_1 Première projection de P
- P_2 Deuxième projection de P
- P_3 Troisième projection de P
- p_1 Eloignement de $P(p_1, p_2, p_3)$
- p_2 Abscisse de $P(p_1, p_2, p_3)$
- p_3 Cote de $P(p_1, p_2, p_3)$

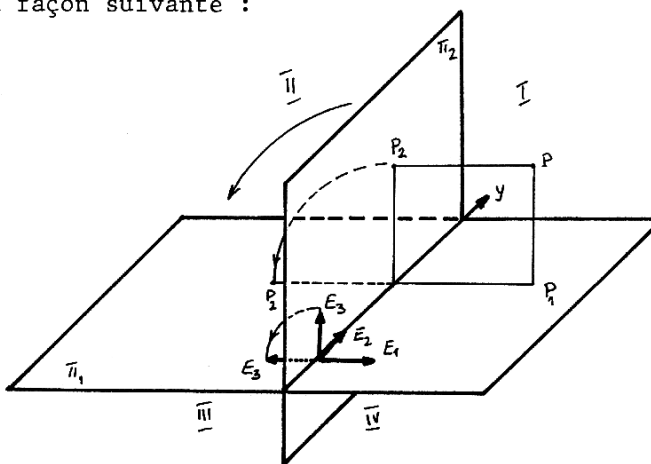
La première projection de Monge d'un objet le montre *de dessus*, la deuxième projection *de face* et la troisième projection *de profil*.

CHAPITRE I. LE POINT

§ 1. Conventions et représentation d'un point.

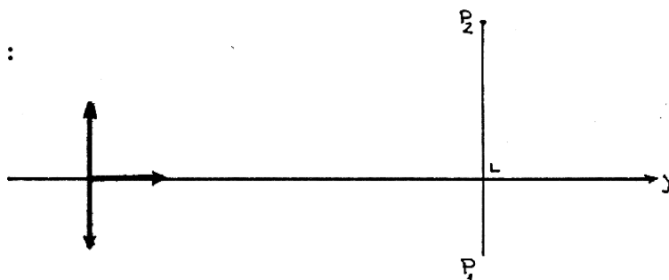
On choisit deux plans perpendiculaires, notés π_1 et π_2 . Tout point P de l'espace pourra alors être caractérisé par ses projections orthogonales sur π_1 et π_2 , appelées P_1 (première projection) et P_2 (deuxième projection). Pour des raisons d'ordre pratique on utilise un repère orthonormé direct (O, E_1, E_2, E_3) et on choisit le plan OE_1E_2 pour plan π_1 et le plan OE_2E_3 pour plan π_2 . L'axe OE_2 est appelé ligne de terre Oy. La première et la troisième coordonnée d'un point sont appelées éloignement et cote de ce point, et notées respectivement x et z. L'espace est alors partagé en quatre dièdres numérotés de la façon suivante :

Dièdre	x	z
I	>0	>0
II	<0	>0
III	<0	<0
IV	>0	<0



On fait tourner π_2 autour de la ligne de terre jusqu'à ce qu'il vienne coïncider avec π_1 , de telle façon que $\overrightarrow{OE_3}$ soit l'opposé de $\overrightarrow{OE_1}$. L'image de P_2 par cette rotation sera encore notée P_2 . Le couple formé de P_1 et de cette image P_2 constitue l'épure du point P (dans la représentation de Monge) et sera noté (P_1, P_2) . Toute perpendiculaire à la ligne de terre est appelée ligne de rappel (ou rappel). On vérifie facilement que P_1 et P_2 appartiennent au même rappel.

Exemple d'épure :

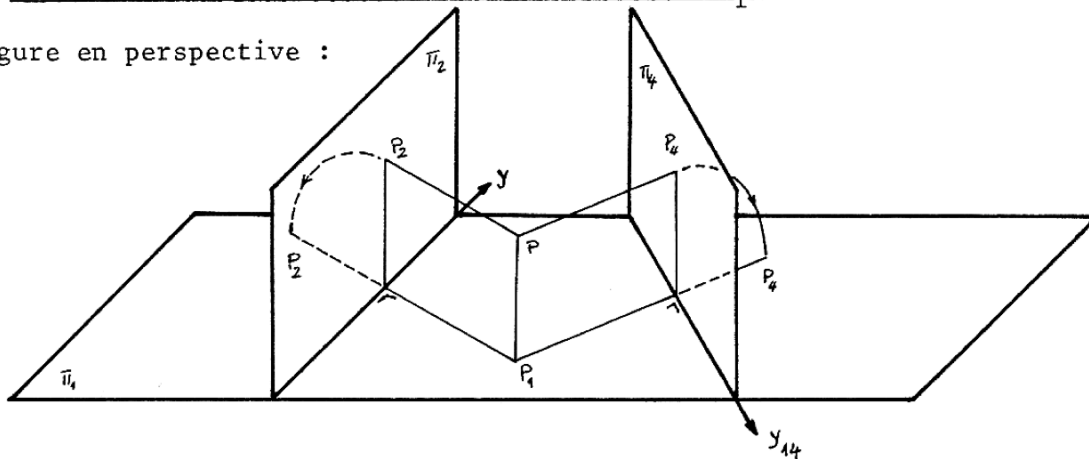


§ 2. Changements de plan de projection.

Il arrive que certaines figures soient difficiles à étudier au moyen des plans de projection choisis. On peut procéder alors à un changement de plan de projection.

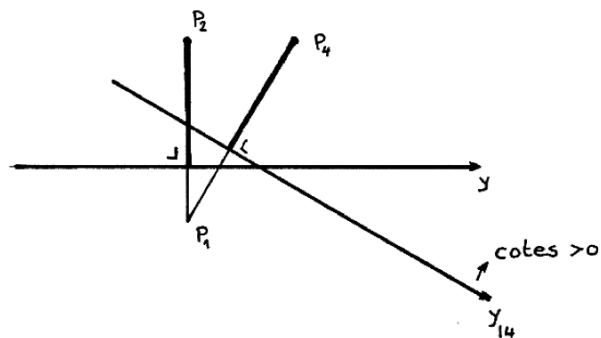
a) Changement de plan de projection conservant π_1 .

Figure en perspective :

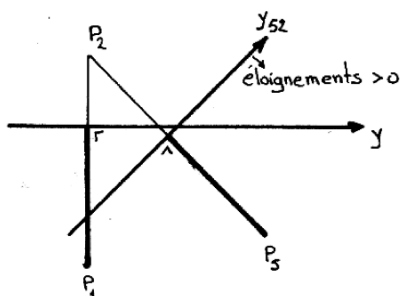


Le nouveau plan, remplaçant π_2 sera noté π_4 . La nouvelle ligne de terre sera notée y_{14} . La première projection et la cote d'un point ne sont pas modifiées.

Epure :



b) Changement de plan de projection conservant π_2 .

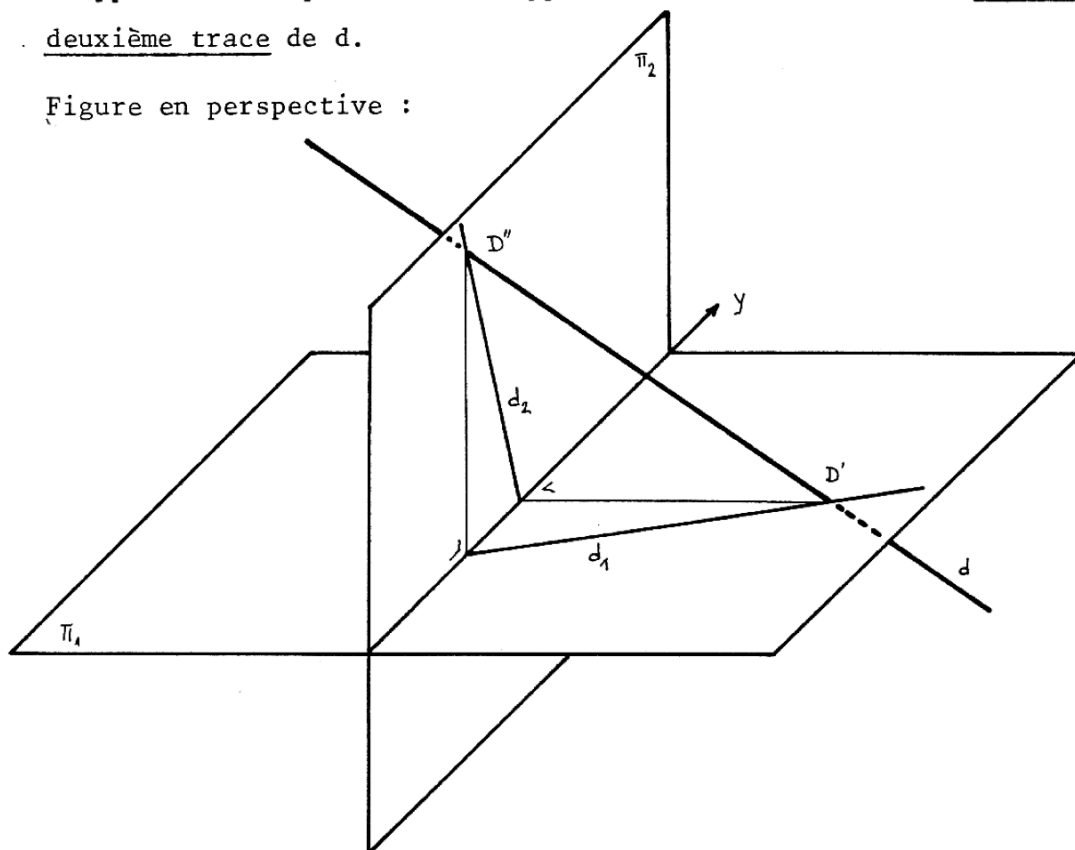


Le nouveau plan de projection remplaçant π_1 sera noté π_5 , et la nouvelle ligne de terre y_{52} . La deuxième projection et l'éloignement d'un point ne sont pas modifiées.

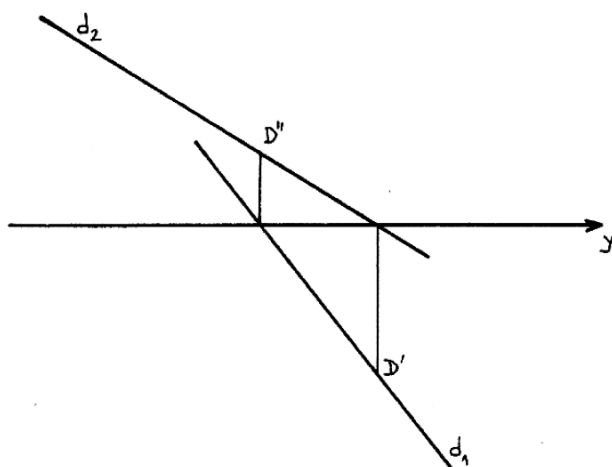
§ 1. Représentation d'une droite.

a) Cas général : la droite d coupe π_1 et π_2 en deux points D' et D'' qui n'appartiennent pas au même rappel. D' et D'' sont appelés première et deuxième trace de d .

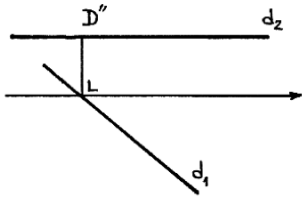
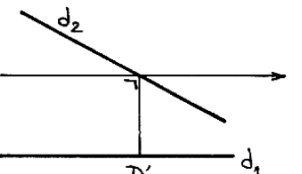
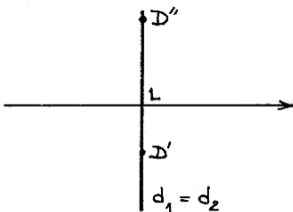
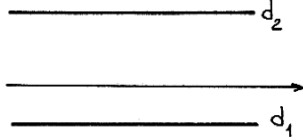
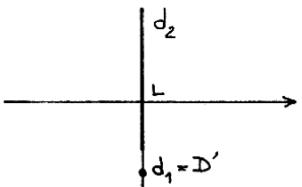
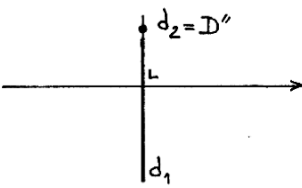
Figure en perspective :



Epure de d :



b) Cas particuliers

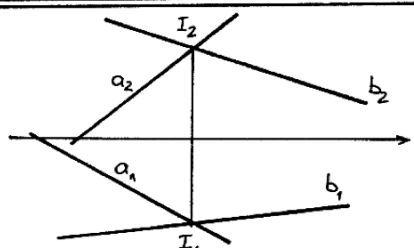
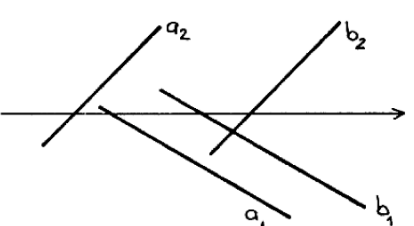
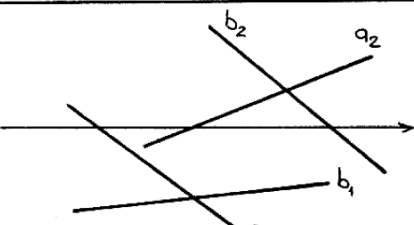
	La droite est dite	Exemple d'épure	Remarques
$d // \pi_1$	horizontale		$d_2 //$ ligne de terre, sauf si elle est réduite à un point. Pas de première trace.
$d // \pi_2$	frontale		$d_1 //$ ligne de terre, sauf si elle est réduite à un point. Pas de deuxième trace.
d orthogonale à la ligne de terre	de profil		Les deux traces, lorsque toutes deux existent, sont sur un même rappel. Les 2 projections sont confondues sauf si l'une est réduite à un point.
$d // \pi_1$ et $d // \pi_2$	parallèle à la ligne de terre		Pas de 1 ^e trace ni de 2 ^e trace. $d_1 // d_2 //$ ligne de terre. Une telle droite est à la fois horizontale et frontale
$d \perp \pi_1$	verticale		d_1 est réduite à un point. Pas de 2 ^e trace. $d_2 \perp$ ligne de terre. Une telle droite est à la fois frontale et de profil.
$d \perp \pi_2$	de bout		d_2 est réduite à un point. Pas de 1 ^e trace. $d_1 \perp$ ligne de terre. Une telle droite est à la fois horizontale et de profil.

Notes : a) le signe $//$ signifie : de même direction que

b) les droites horizontales et frontales sont dites principales.

c) les droites verticales et de bout sont dites projetantes.

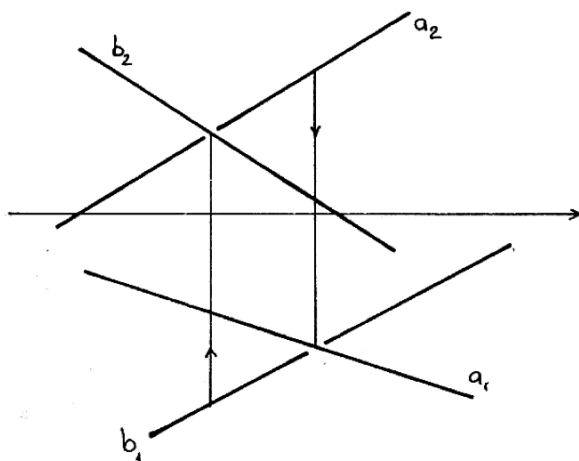
§ 2. Position relative de deux droites distinctes.

	Exemple d'épure	Remarques
Droites concourantes		Les deux projections du point I commun aux deux droites doivent appartenir au même rappel.
Droites parallèles		$a_1 \parallel b_1$ et $a_2 \parallel b_2$
Droites gauches		Lorsque a_1 coupe b_1 et a_2 coupe b_2 , les deux points d'intersection n'appartiennent pas au même rappel. On ne peut pas avoir $a_1 \parallel b_1$ <u>et</u> $a_2 \parallel b_2$.

§ 3. Visibilité de droites gauches.

Pour la première projection, on admet que l'observateur est situé à l'infini, dans la direction de l'axe OE_3 et du côté des cotes positives. Pour la deuxième projection, on admet que l'observateur est situé à l'infini, dans la direction de l'axe OE_1 , du côté des éloignements positifs.

Exemple d'épure :



a cache b en première projection

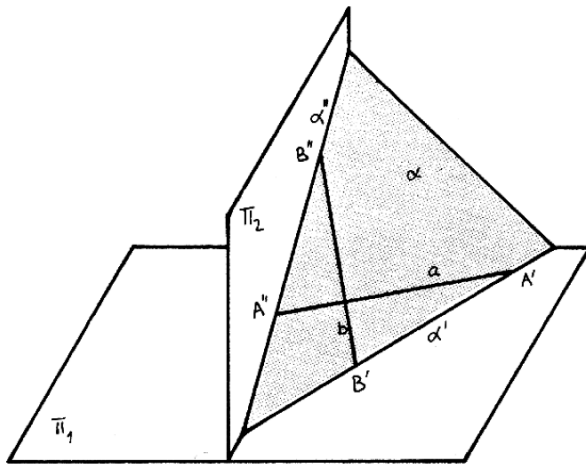
b cache a en deuxième projection.

§ 1. Représentation d'un plan.

Un plan est déterminé par deux droites concourantes, deux droites parallèles, une droite et un point extérieur à cette droite, ou trois points. L'épure d'un plan sera celle des éléments qui le déterminent.

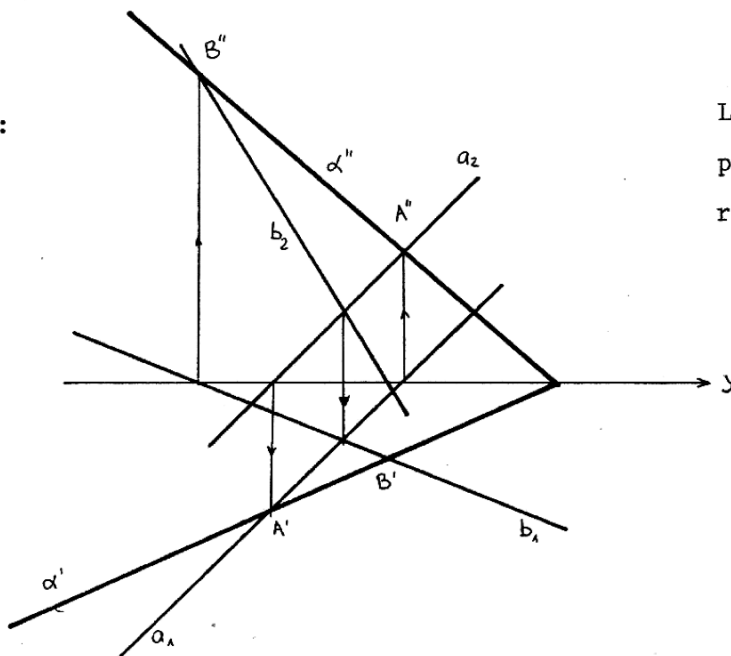
a) Cas général : le plan α coupe la ligne de terre sans être perpendiculaire à l'un des plans de projection.

Figure en perspective :



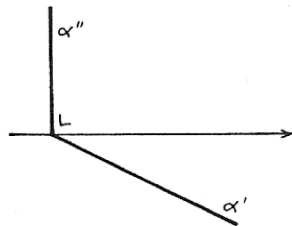
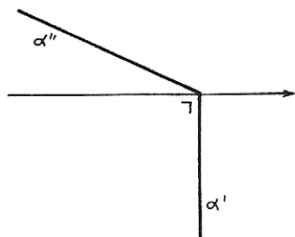
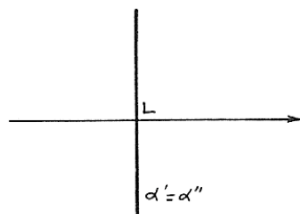
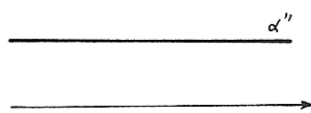
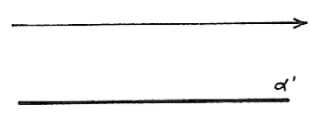
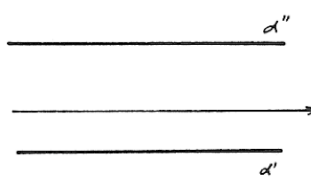
α coupe π_1 et π_2 suivant deux droites α' et α'' appelées première et deuxième traces du plan; α' et α'' se coupent sur la ligne de terre. Lorsqu'une droite est contenue dans un plan, chacune de ses traces, si elle existe, appartient à la trace correspondante du plan.

Epure :



Le plan α est ici déterminé par deux droites concourantes a et b .

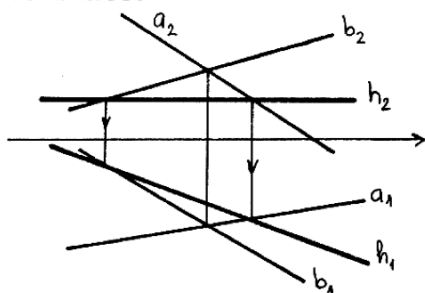
b) Cas particuliers

	Le plan est dit	Exemple d'épure	Remarques
$\alpha \perp \pi_1$	vertical		α'' si elle existe est perpendiculaire à la ligne de terre. Tout point appartenant à α a sa première projection sur α' .
$\alpha \perp \pi_2$	de bout		α' , si elle existe, est perpendiculaire à la ligne de terre. Tout point appartenant à α a sa deuxième projection sur α'' .
$\alpha \perp$ ligne de terre	de profil		α' et α'' , confondues, sont perpendiculaires à la ligne de terre; un tel plan est à la fois vertical et de bout.
$\alpha // \pi_1$	horizontal		Pas de 1 ^e trace. Toutes les droites contenues dans α sont des horizontales. Toute figure de α se projette en vraie grandeur en 1 ^e projection. Un tel plan est un plan de bout particulier.
$\alpha // \pi_2$	frontal		Pas de 2 ^e trace. Toutes les droites contenues dans α sont des frontales. Toute figure de α se projette en vraie grandeur en 2 ^e projection. Un tel plan est un plan vertical particulier.
$\alpha //$ ligne de terre			$\alpha' // \alpha'' //$ ligne de terre

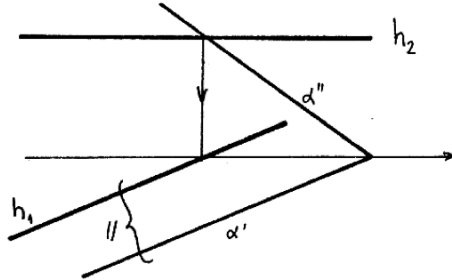
§ 2. Droites principales d'un plan.

a) Horizontale h :

i) α donné par 2 droites concourantes :



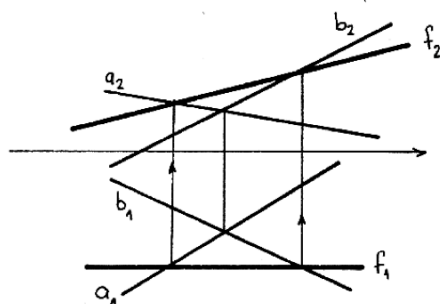
ii) α donné par ses traces :



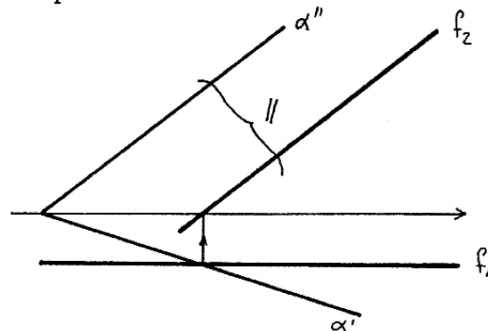
Toutes les horizontales d'un plan sont parallèles. α' , lorsqu'elle existe, est une horizontale particulière de α .

b) Frontale f

i) α donné par deux droites concourantes :



ii) α donné par ses traces :

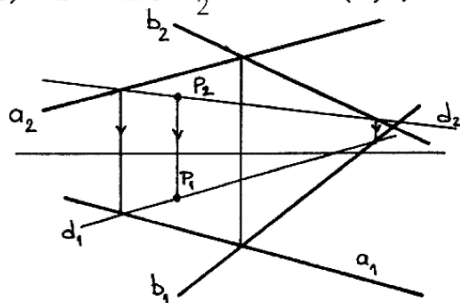


Toutes les frontales d'un plan sont parallèles. α'' , lorsqu'elle existe, est une frontale particulière de α .

§ 3. Point appartenant à un plan.

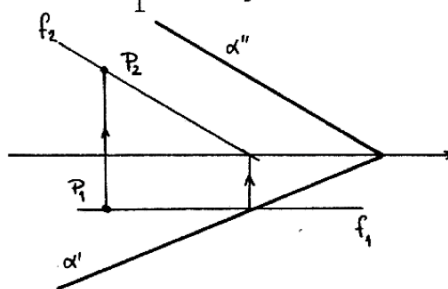
Problème : étant donné une des projections de P α , construire l'autre.

i) On donne P_2 et $\alpha = (a, b)$.



On construit une droite auxiliaire d de α passant par P . Les deux projections de P doivent appartenir aux deux projections de d .

ii) On donne P_1 et α par ses traces.



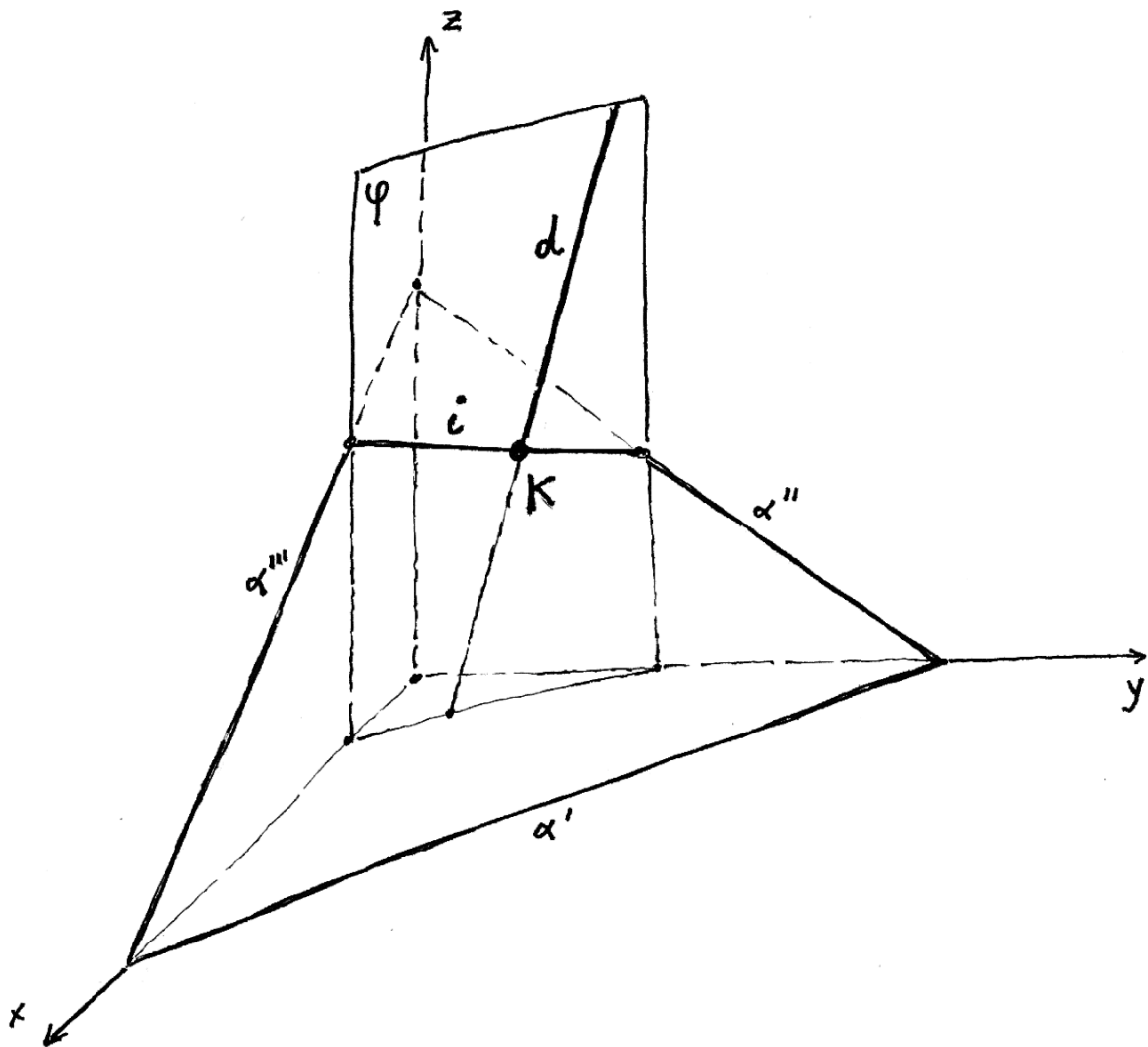
On utilise une des droites principales de α passant par P (ici une frontale f). Les deux projections de P doivent appartenir aux deux projections de cette droite principale.

INTERSECTION D'UNE DROITE ET D'UN PLAN

On donne un plan α et une droite d perçant α . Construire $K = d \cap \alpha$.

Méthode

Introduire un plan auxiliaire φ contenant d (en général : φ vertical ou de bout), puis construire $i = \alpha \cap \varphi$. On aura $K = d \cap i$.

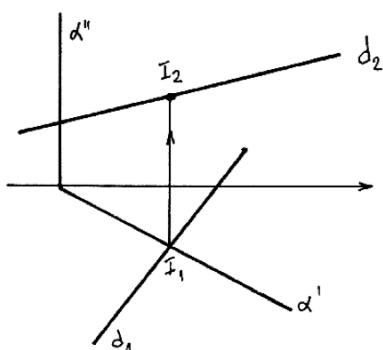


CHAPITRE IV. INTERSECTIONS DE DROITES ET DE PLANS

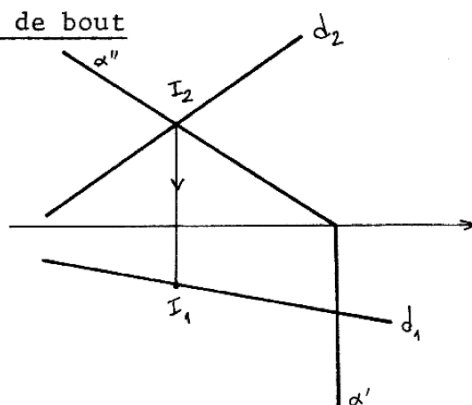
Remarques préliminaires : dans ce chapitre, on n'a considéré que des constructions relatives à des droites et à des plans sécants. D'autre part, on n'a utilisé que des cas de figure où aucun des éléments utiles ne se trouve en dehors de l'épure. Enfin, les cas des droites et des plans de profil n'ont pas été traités.

§ 1. Intersection I d'une droite d et d'un plan projetant α .

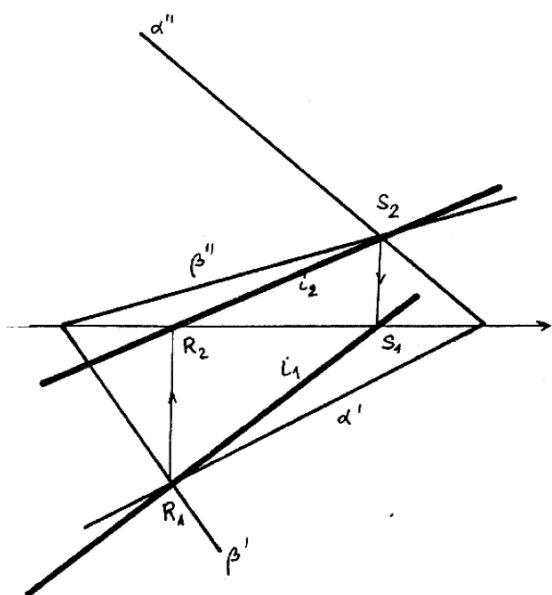
a) α vertical



b) α de bout



§ 2. Intersection i de deux plans α et β donnés par leurs traces.

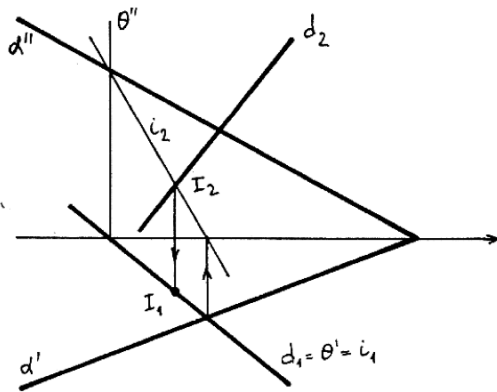


Les deux points d'intersection des traces de même nom, lorsque ces deux points existent, sont deux points d'intersection de α et β . Comme chacun de ces points appartient à un des plans de projection, une de leurs projections se trouve sur la ligne de terre.

Remarque : si deux traces de même nom sont parallèles, la droite d'intersection des deux plans est parallèle à π_1 ou à π_2 .

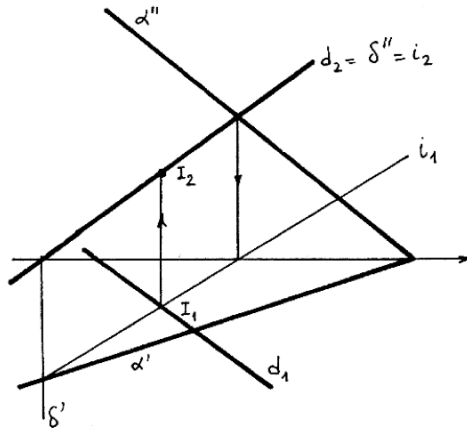
§ 3. Intersection I d'une droite d et d'un plan α , non projetant, donné
par ses traces.

a) Utilisation d'un plan auxiliaire vertical.



On construit les traces du plan vertical θ contenant d. On cherche ensuite l'intersection i de θ et de α . En deuxième projection, on obtient alors $\{I_2\} = i_2 \cap d_2$.

b) Utilisation d'un plan auxiliaire de bout.



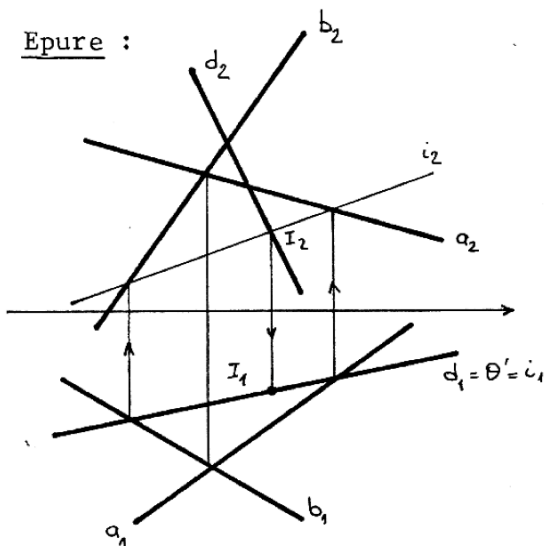
On construit les traces du plan de bout δ contenant d. On cherche ensuite l'intersection i de δ et de α . En première projection, on obtient alors $\{I_1\} = i_1 \cap d_1$.

§ 4. Intersection i d'une droite d et d'un plan α , non projetant, donné par
deux droites a et b.

a) Utilisation d'un plan auxiliaire vertical :

On construit les traces du plan vertical contenant d. On cherche ensuite l'intersection i de ce plan θ et de α . En deuxième projection, on obtient alors : $\{I_2\} = i_2 \cap d_2$.

Epure :



On construit la trace θ' du plan vertical θ contenant d . On cherche ensuite l'intersection i de θ et de α . En deuxième projection, on obtient alors :

$$\{I_2\} = i_2 \cap d_2.$$

b) Utilisation d'un plan auxiliaire de bout :

On construit la trace δ'' du plan de bout δ contenant d . On cherche ensuite l'intersection i de δ et de α . En première projection, on obtient alors :

$$\{I_1\} = i_1 \cap d_1.$$

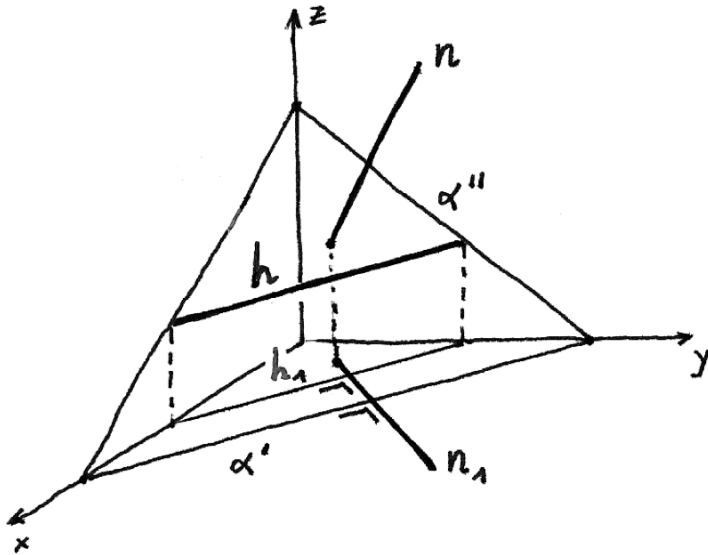
Remarque relative aux paragraphes 3 et 4 : lorsque la droite d est verticale ou de bout, le problème se ramène à celui de la recherche d'un point d'un plan connaissant l'une de ses projections (cf. Chap. III, § 3).

§ 5. Intersection de deux plans non projetants, l'un au moins étant donné par deux droites.

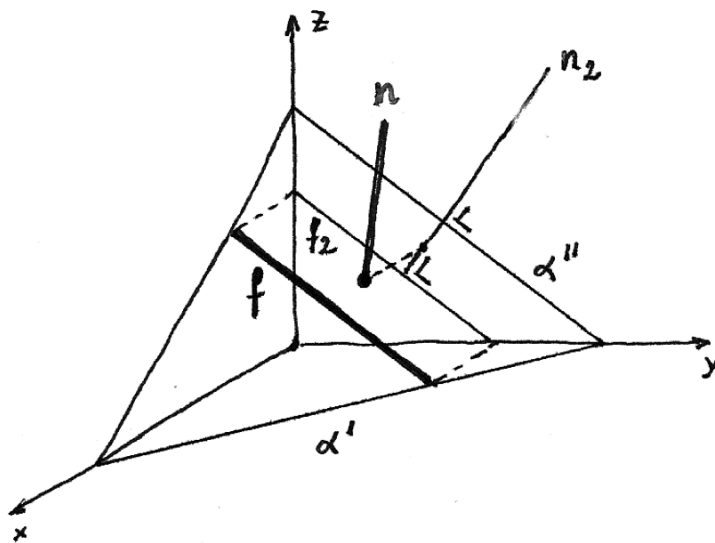
On applique à chacune de ces deux droites une des constructions des paragraphes 3 ou 4 de ce chapitre. La droite déterminée par les deux points d'intersection obtenus est la droite cherchée.

NORMALE À UN PLAN

On considère un plan α , une normale n à α , une horizontale h et une frontale f de α .



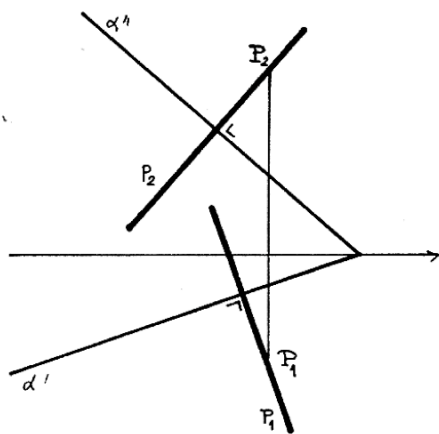
$$\begin{aligned} n_1 &\perp \alpha' \\ n_1 &\perp h_1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} n_2 &\perp \alpha'' \\ n_2 &\perp f_2 \end{aligned}$$

§ 1. Construction de la perpendiculaire p à un plan α , menée par un point donné P .

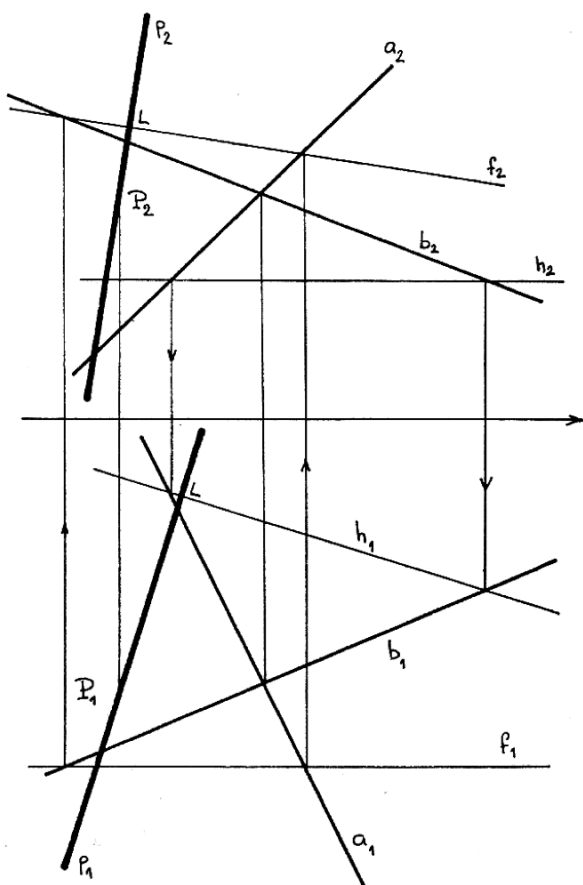
a) α est donné par ses traces :



La droite cherchée p doit être orthogonale à α' et à α'' , horizontale et frontale particulières de α . L'angle (p, α') se projette en vraie grandeur en première projection. L'angle (p, α'') se projette en vraie grandeur en deuxième projection.

On doit avoir : $p_1 \perp \alpha'$
 $p_2 \perp \alpha''$

b) α est donné par deux droites concourantes a et b :

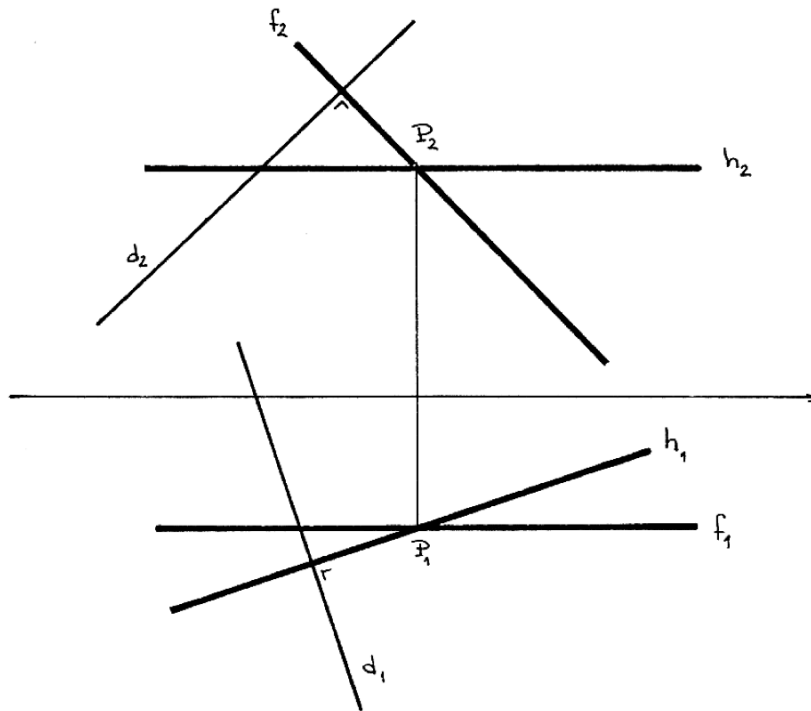


On construit une horizontale h et une frontale f de α . La droite p cherchée doit être orthogonale à h et à f .

Les angles (p, h) et (p, f) se projettent en vraie grandeur respectivement en première et en deuxième projection. On doit donc avoir : $p_1 \perp h_1$

$p_2 \perp f_2$.

§ 2. Construction, par un point donné P, d'un plan α perpendiculaire à
 une droite donnée d qui n'est pas de profil.



On construit une horizontale h et une frontale f du plan cherché.

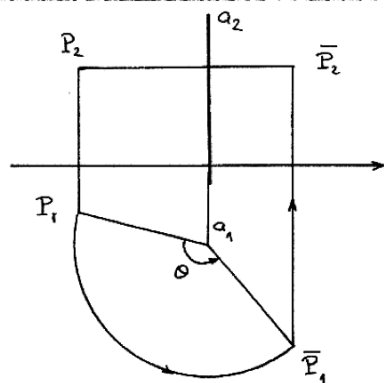
On doit avoir : $h_1 \perp d_1$

$f_2 \perp d_2$

Remarque.

Si la droite d est de profil, on effectue un changement de plan pour être ramené au cas précédent.

§ 1. Rotation d'un point autour d'un axe vertical.

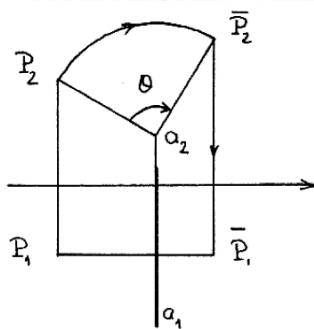


a = axe de rotation, θ = angle de rotation

$P \longrightarrow \bar{P}$

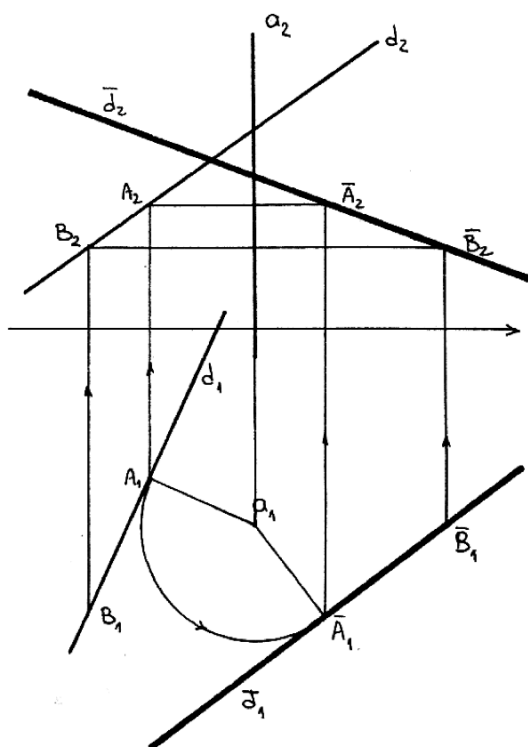
Dans une rotation d'axe vertical, la cote d'un point reste inchangée et la première projection du point se déplace sur un cercle de centre a_1 .

§ 2. Rotation d'un point autour d'un axe de bout.



Dans une rotation d'axe de bout, l'éloignement d'un point reste inchangé et la deuxième projection du point se déplace sur un cercle de centre a_2 .

§ 3. Rotation d'une droite autour d'une projetante.



Pour faire tourner une droite autour d'une projetante (verticale ou de bout), il suffit de faire tourner deux points de cette droite. On peut choisir en particulier pour l'un de ces points le pied de la perpendiculaire commune à l'axe et à la droite.

Exemple : axe a vertical, $d \longrightarrow \bar{d}$,

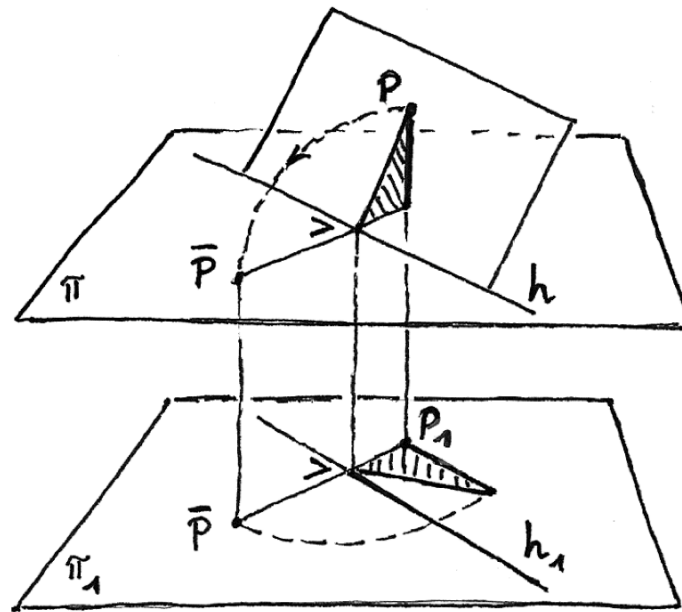
A = pied de la perpendiculaire commune à a et à d . $A_1 B_1 = \bar{A}_1 \bar{B}_1$, $\angle a_1 A_1 B_1 = \angle a_1 \bar{A}_1 \bar{B}_1 = 90^\circ$.

RABATTEMENT

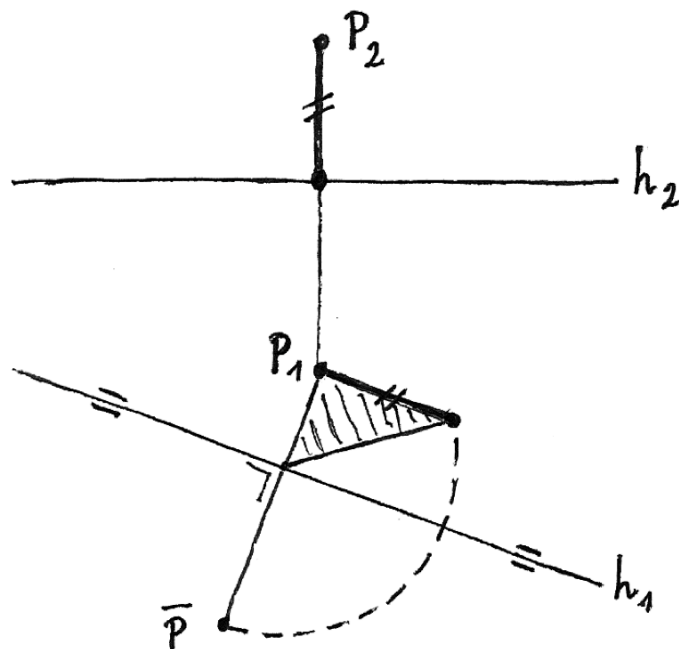
Pour obtenir la vraie grandeur d'une figure plane, on peut la *rabattre* sur un plan horizontal ou frontal.

Voici comment rabattre un point P sur un plan horizontal π , autour d'une horizontale h de π :

Perspective :



Epure :



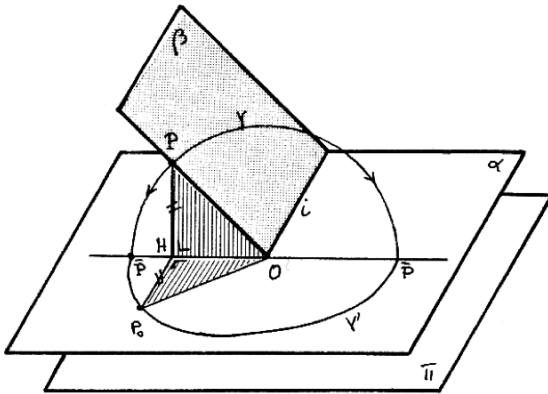
Analogie : rabattre P sur un plan frontal, autour d'une frontale f de ce plan.

CHAPITRE VII. RABATTEMENT

Pour obtenir la vraie grandeur d'une figure plane, on construit souvent le rabattement de cette figure sur un plan horizontal ou frontal.

§ 1. Rabattement d'un point sur un plan horizontal. (Méthode du triangle rectangle)

Figure en perspective :

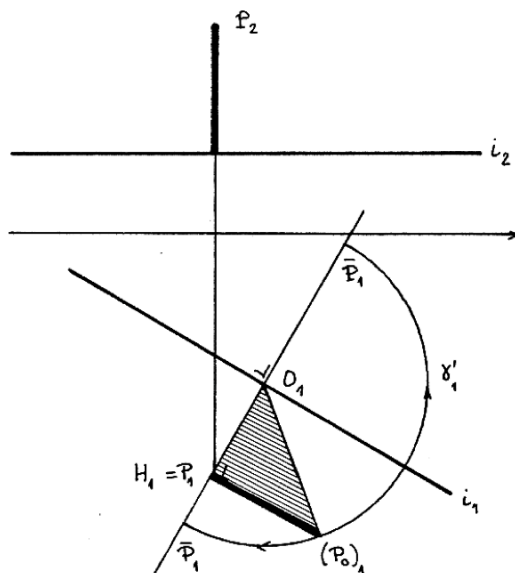


Le rabattement consiste à faire tourner le plan β autour de $i = \alpha \cap \beta$ jusqu'à ce que β et α coïncident. i est appelé charnière du rabattement.

Un point P de β se déplace alors sur un cercle γ dont le centre O est sur i et qui est contenu dans un plan vertical.

Sur l'épure, on utilisera le cercle γ'_1 , première projection de γ' , cercle de centre O appartenant à α et de rayon égal à $\delta(O, P)$.

Epure :



Remarques : a) le plan α du rabattement étant choisi, on a deux rabattements possibles.

b) $\bar{P}_1$ et $(P_O)_1$ seront notés simplement $\bar{P}$ et P_O .

c) $\delta(P_1, (P_O)_1)$ est égal à la différence des cotes de P et de α .

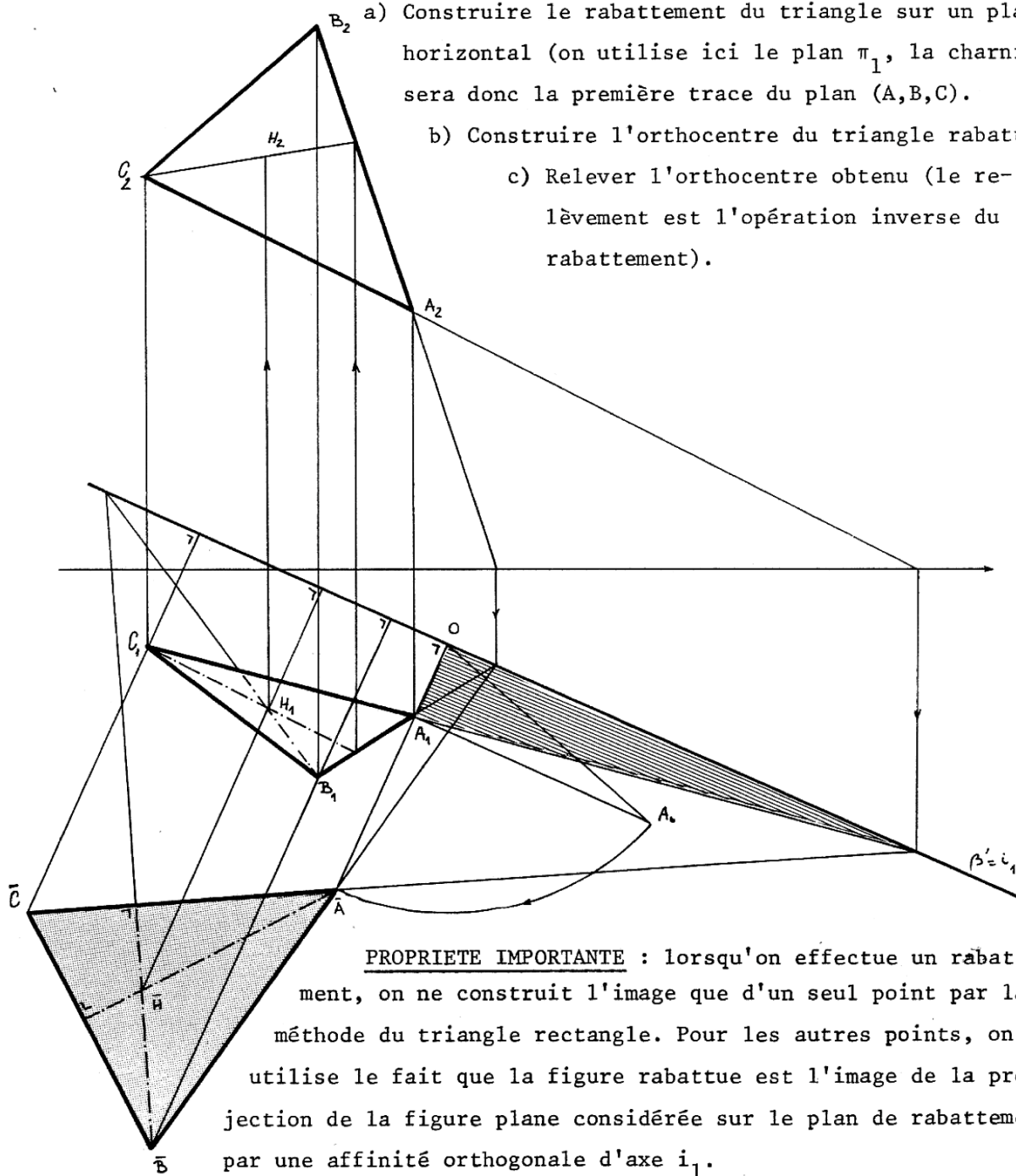
d) la même méthode peut être utilisée pour un rabattement sur un plan frontal.

§ 2. Rabattement d'une figure plane sur un plan horizontal. Relèvement
de cette figure.

On se propose de résoudre le problème suivant : construire l'orthocentre d'un triangle ABC donné par ses deux projections.

Marche à suivre :

- Construire le rabattement du triangle sur un plan horizontal (on utilise ici le plan π_1 , la charnière sera donc la première trace du plan (A,B,C)).
- Construire l'orthocentre du triangle rabattu
- Relever l'orthocentre obtenu (le relèvement est l'opération inverse du rabattement).



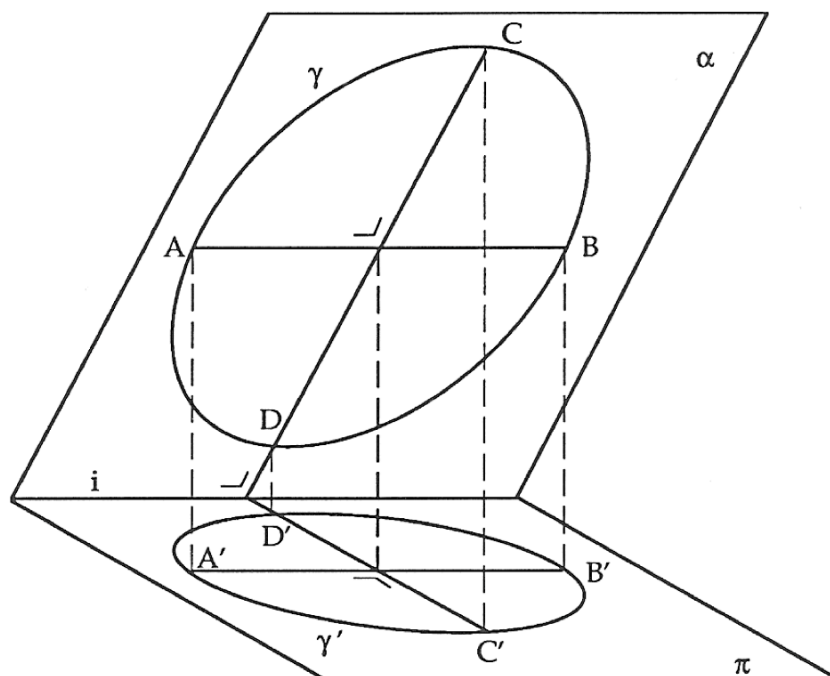
PROPRIÉTÉ IMPORTANTE : lorsqu'on effectue un rabattement, on ne construit l'image que d'un seul point par la méthode du triangle rectangle. Pour les autres points, on utilise le fait que la figure rabattue est l'image de la projection de la figure plane considérée sur le plan de rabattement par une affinité orthogonale d'axe i_1 .

PROJECTION ORTHOGONALE D'UN CERCLE OU D'UNE ELLIPSE

Considérons deux plans α et π non perpendiculaires, se coupant en i ; un cercle γ de α , sa projection orthogonale γ' sur π et son rabattement $\bar{\gamma}$ autour de i .

Comme γ' et $\bar{\gamma}$ sont en affinité orthogonale d'axe i , on a :

La projection orthogonale d'un cercle γ sur un plan π est une ellipse dont le grand axe est la projection du diamètre de γ parallèle à π et dont le petit axe est la projection du diamètre de γ perpendiculaire à l'intersection i de π et du plan du cercle.



Plus généralement, on peut montrer que l'image d'une ellipse par une affinité est une ellipse et que la projection parallèle d'une ellipse sur un plan est une ellipse. Ainsi :

La projection orthogonale (ou seulement parallèle) d'une ellipse sur un plan est une ellipse.

POUR CONSTRUIRE LES PROJECTIONS D'UN CERCLE

Soit Γ un cercle de plan α , et soit h et f une horizontale et une frontale de α .

1. Si α coupe π_1 obliquement, ^{sol}

le grand axe de l'ellipse Γ_1 est parallèle à h_1

2. Si α coupe π_2 obliquement, ^{mur}

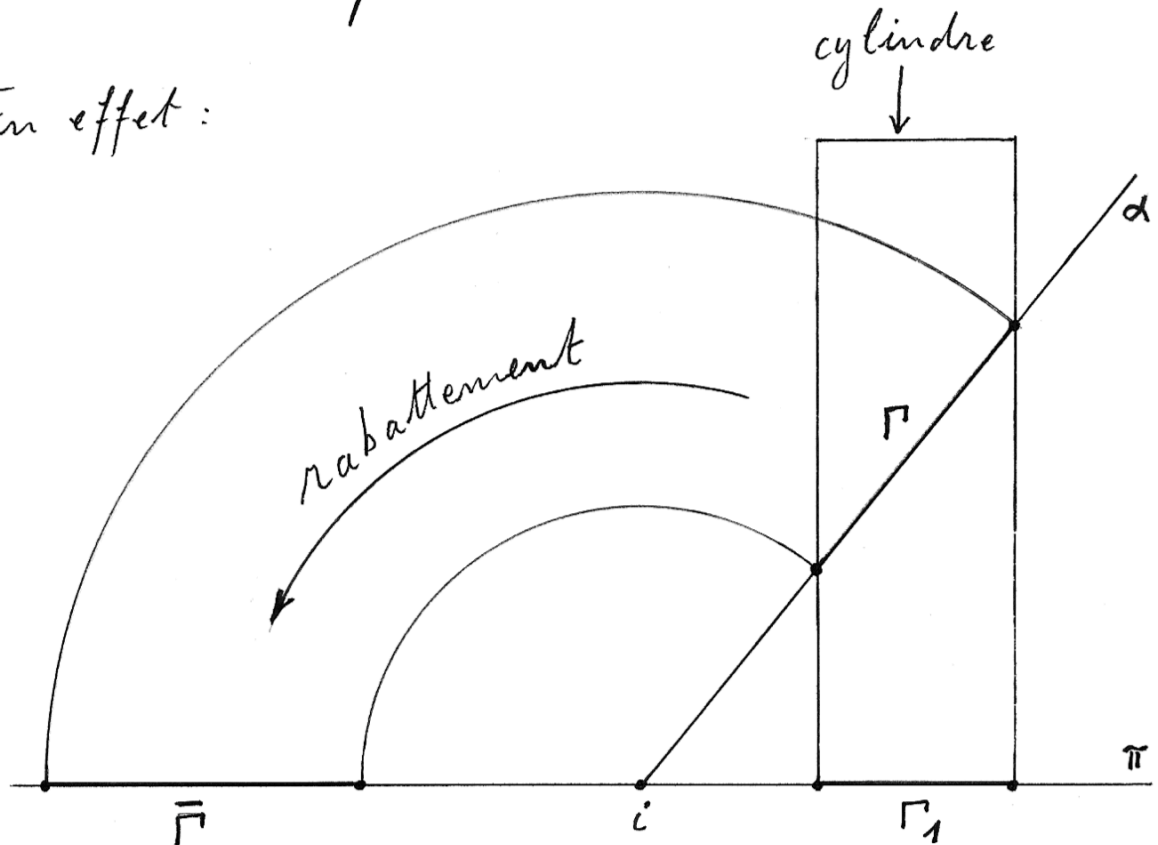
le grand axe de l'ellipse Γ_2 est parallèle à f_2

De plus, le grand axe de chaque projection a pour longueur le diamètre du cercle.

SECTION PLANE D'UN CYLINDRE DE RÉVOLUTION

L'intersection d'un cylindre de révolution avec un plan α coupant l'axe du cylindre est une ellipse.

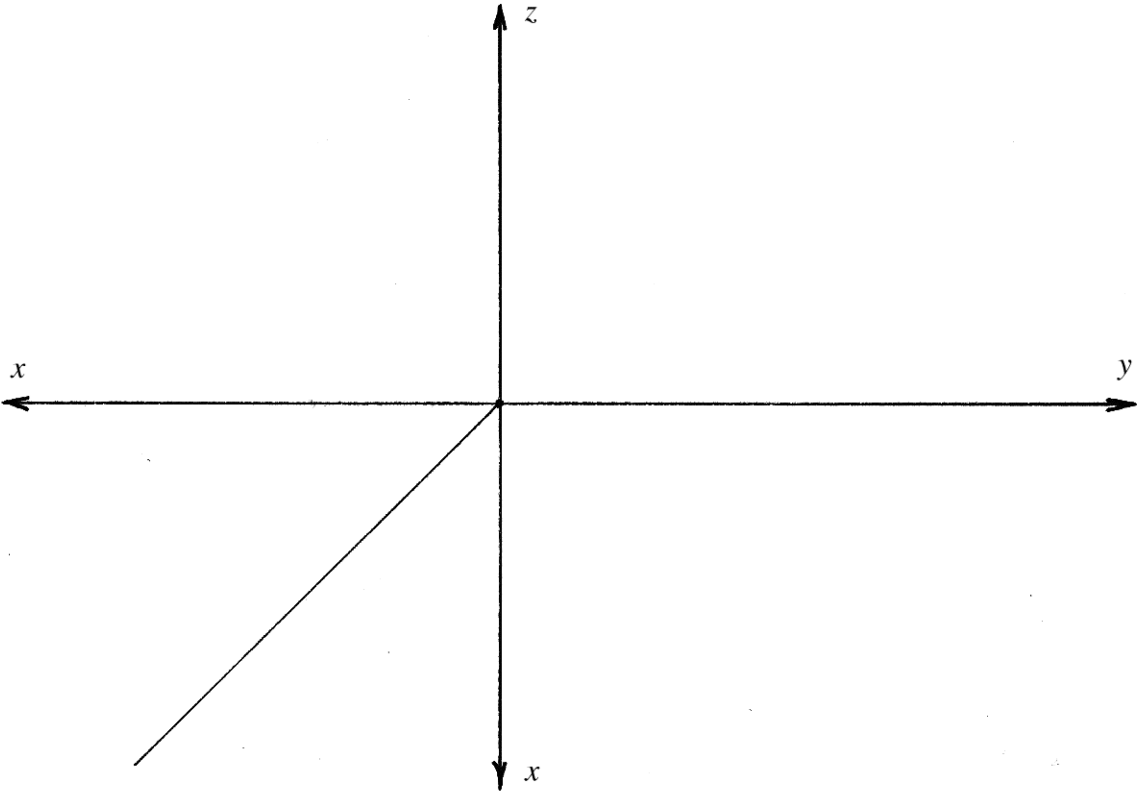
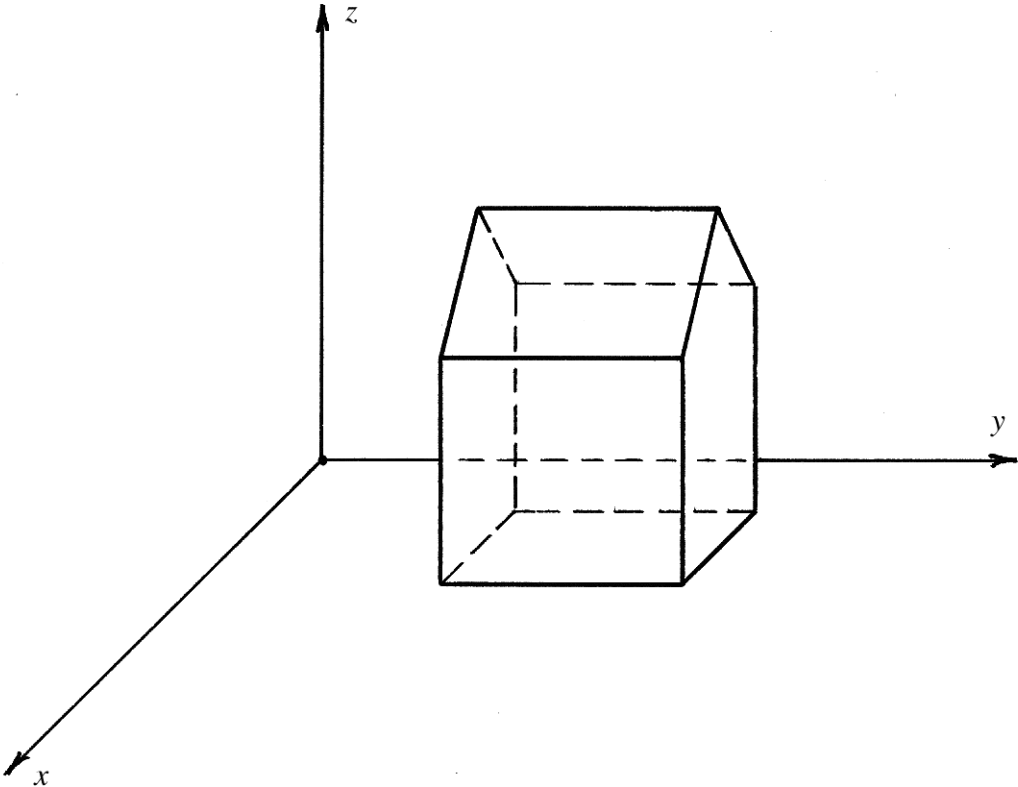
En effet :



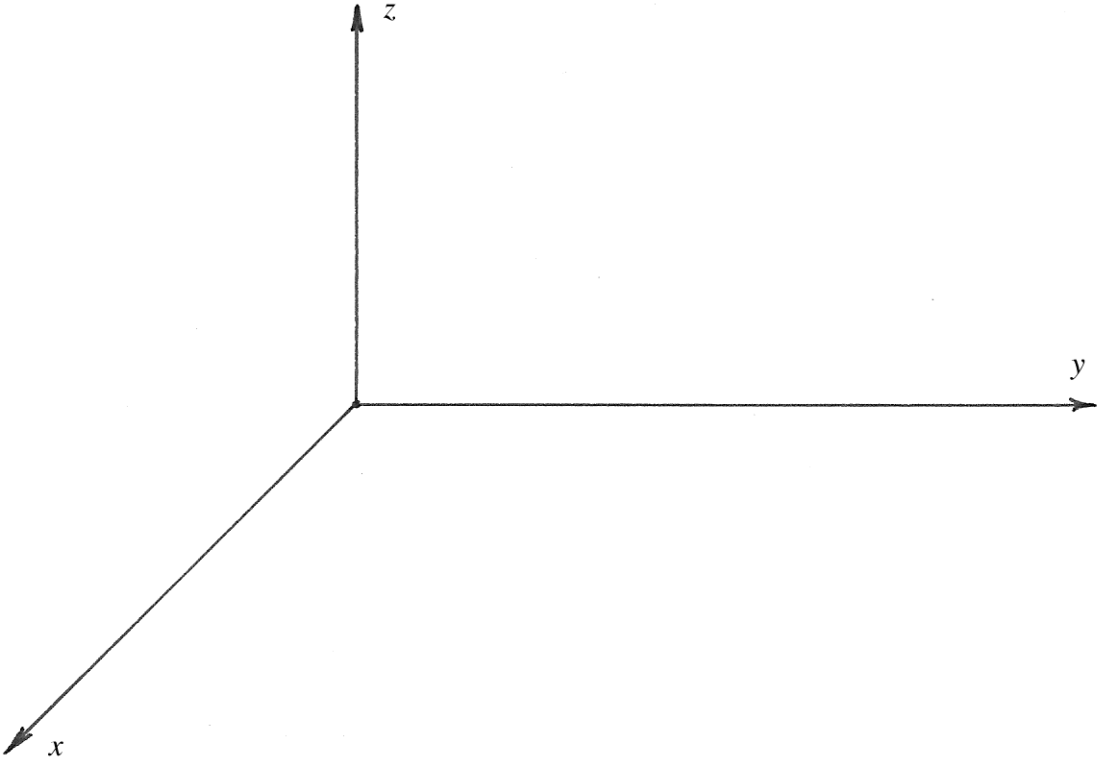
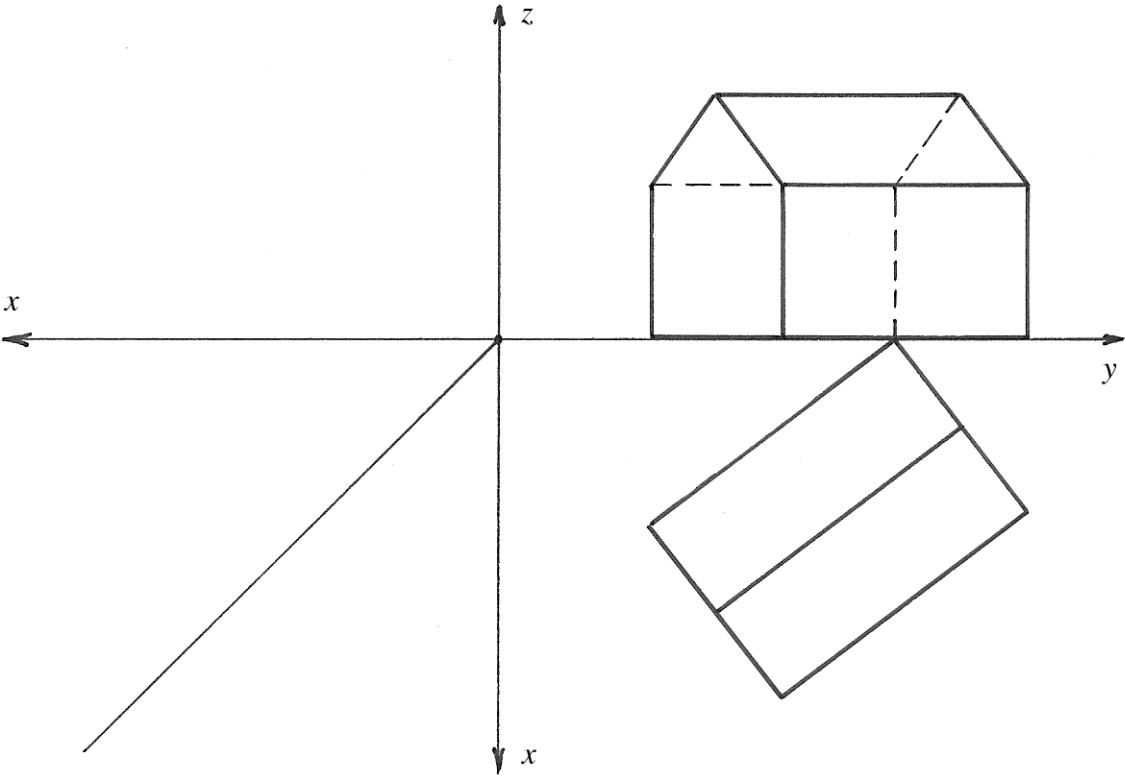
On sait que le rabattement $\bar{\Gamma}$ de la section Γ du cylindre par α est en affinité orthogonale d'axe $i = \alpha \cap \pi$ avec la projection Γ_1 de Γ sur π . Or Γ_1 est un cercle.

Donc $\bar{\Gamma}$ est une ellipse, ainsi que Γ .

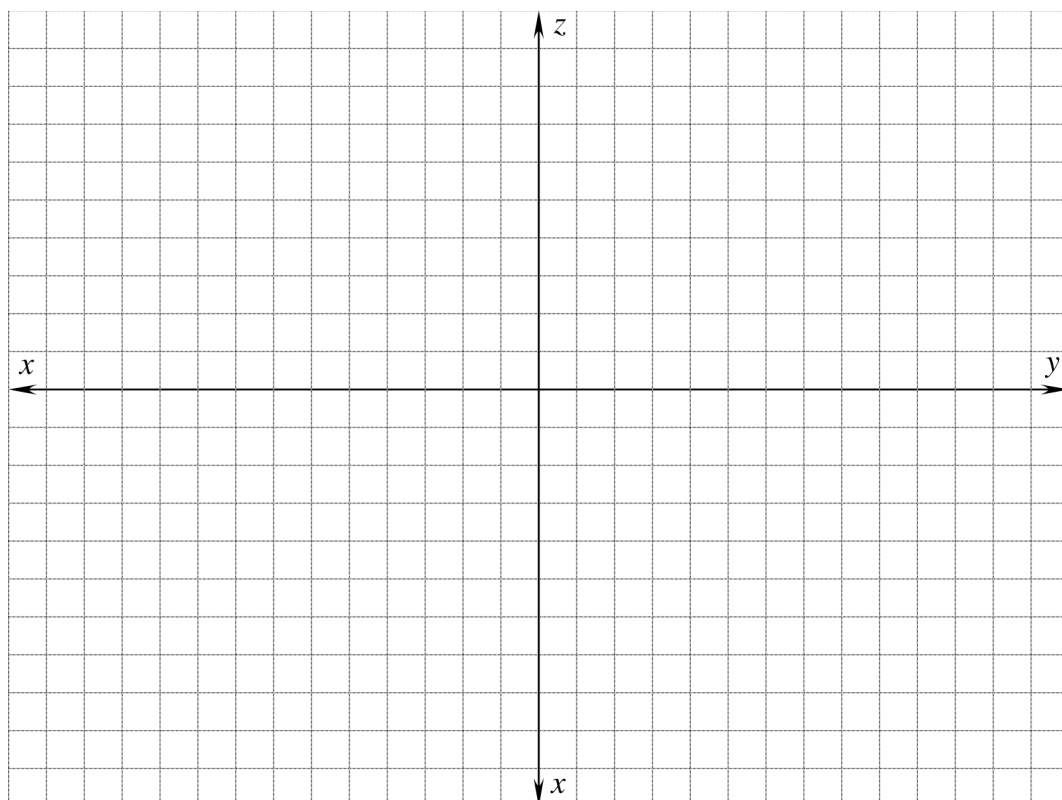
1. On donne une "maison" en perspective cavalière (facteur de réduction sur l'axe x : 0,5). Construire ses trois projections de Monge.



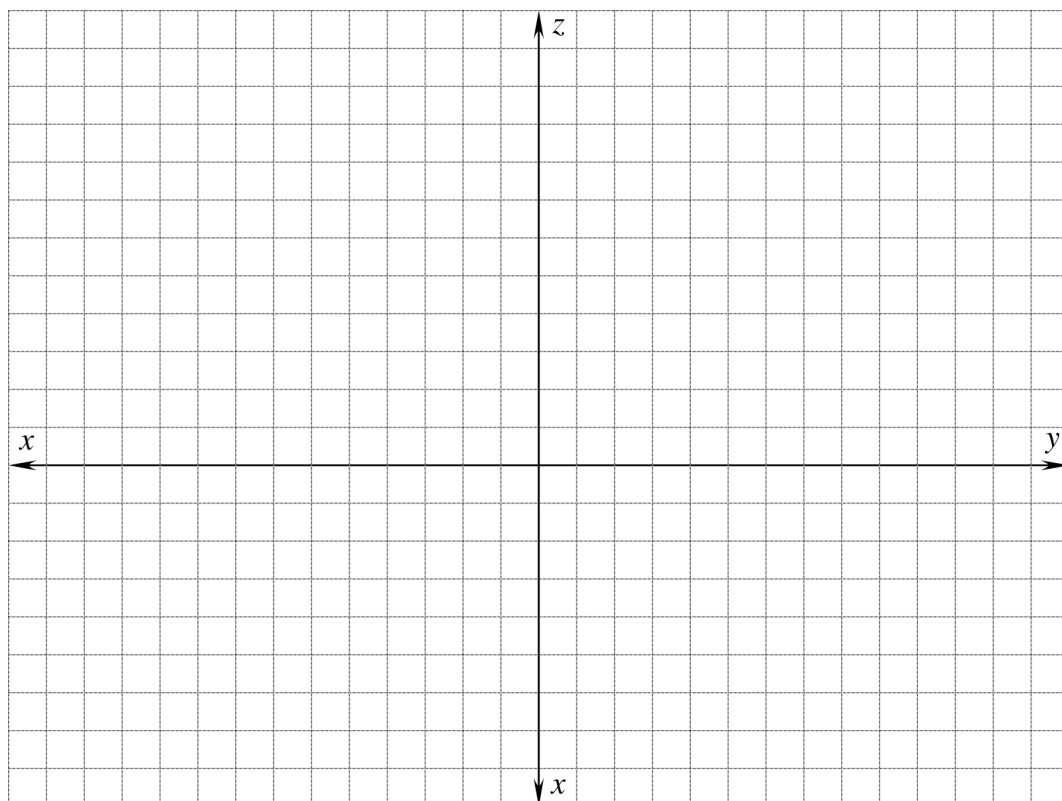
2. On donne une "maison" par ses deux premières projections de Monge. En construire la troisième projection, puis la perspective cavalière (facteur de réduction sur l'axe x : 0,5).



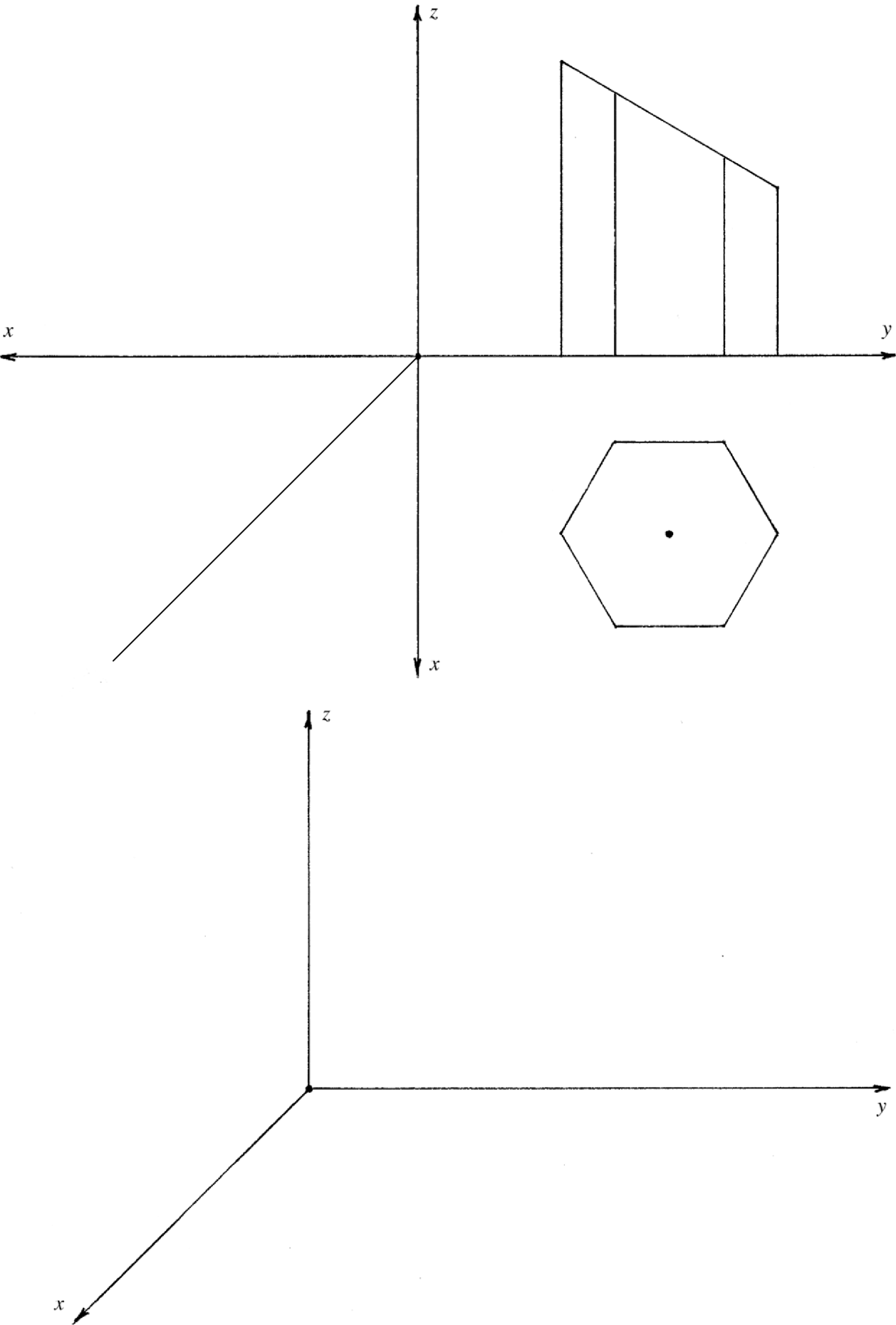
3. Dessiner les trois projections du triangle ABC : $A(7 ; 9 ; 8)$, $B(4 ; 2 ; 5)$, $C(9 ; 4 ; 3)$.



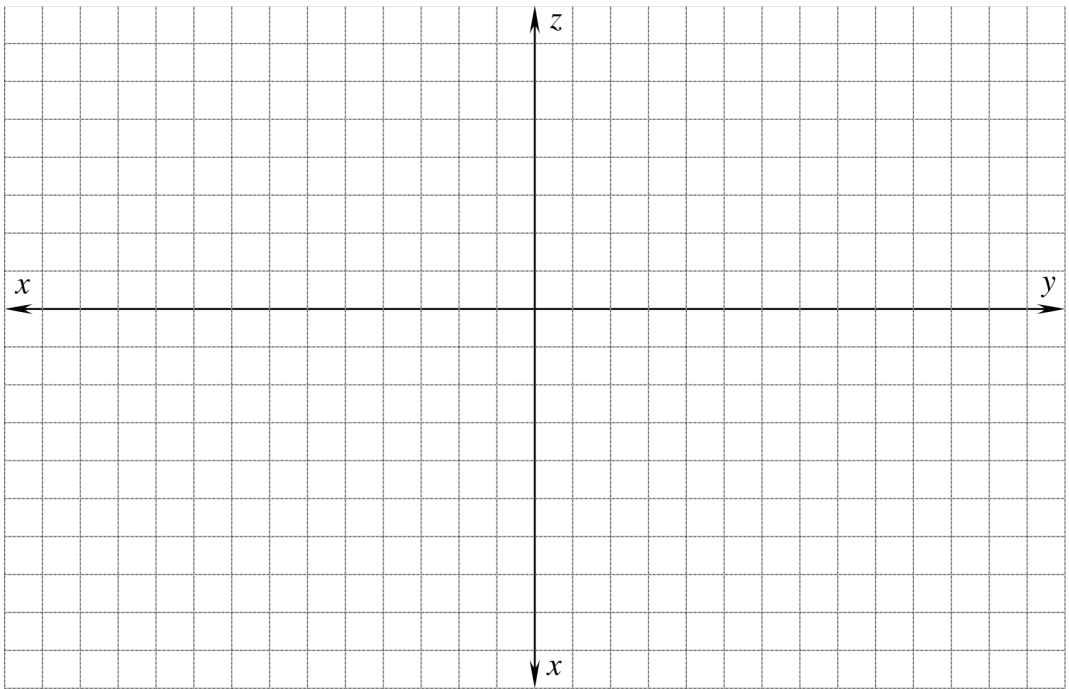
4. Soient $A(6 ; 6 ; 9)$, $B(? ; ? ; 3)$ et $C(? ; ? ; 5)$. Dessiner les trois projections du triangle ABC , sachant que le côté AB est vertical, que BC est frontal et que C est dans le 3e plan de projection.



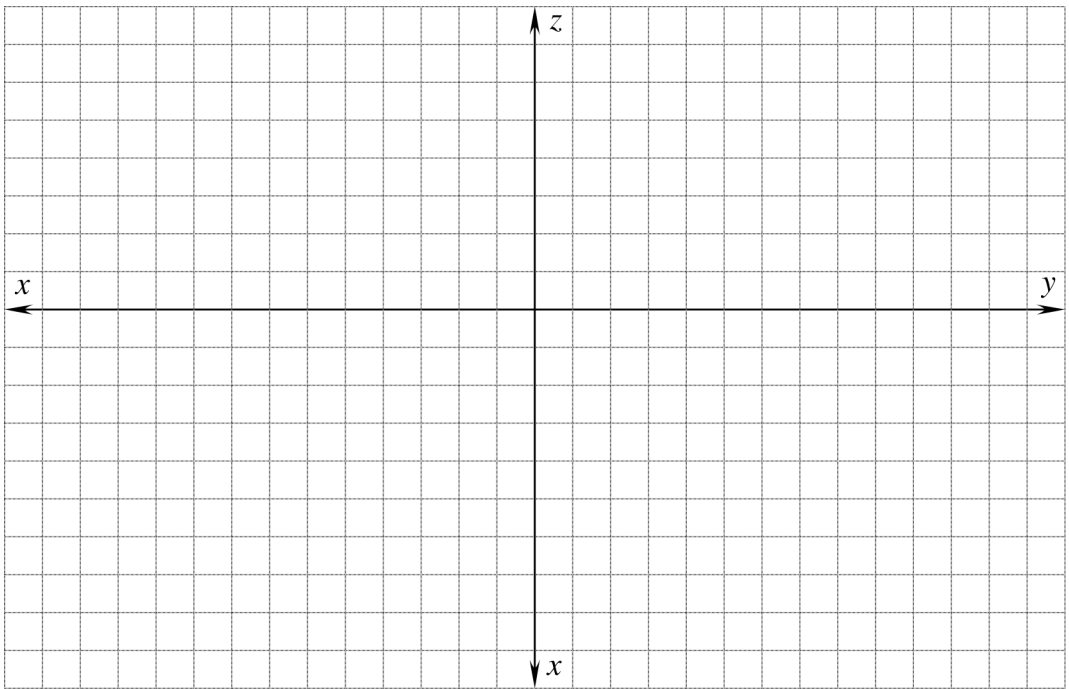
5. Construire la 3e projection et la perspective cavalière (facteur de réduction sur Ox : 0,5).



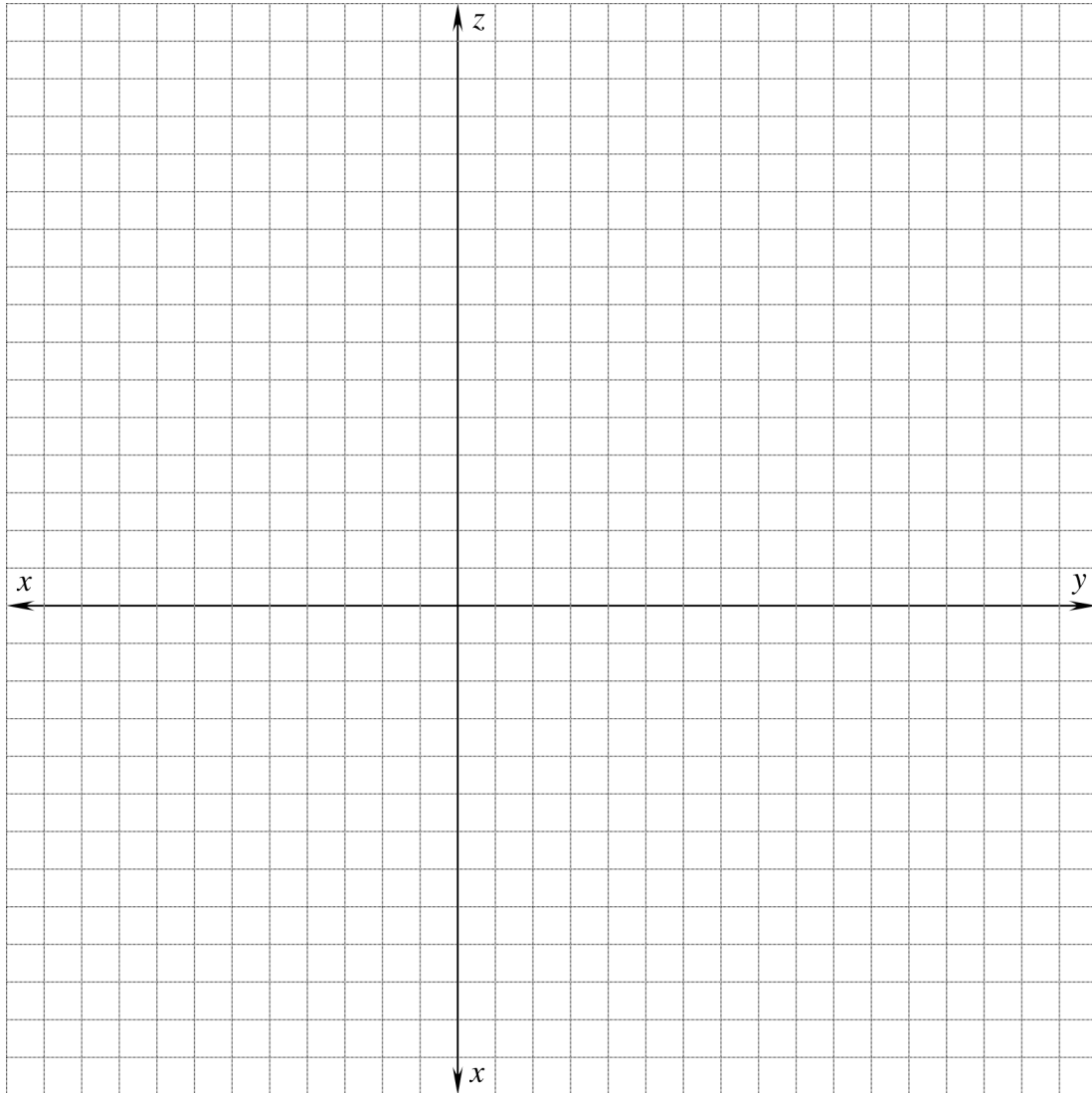
6. Soient $A(8 ; 3 ; 5)$, $B(3 ; 7 ; ?)$ et $C(? ; ? ; 2)$. Dessiner les trois projections du triangle ABC , sachant que le côté AB est horizontal, que BC est de profil et que AC est frontal.



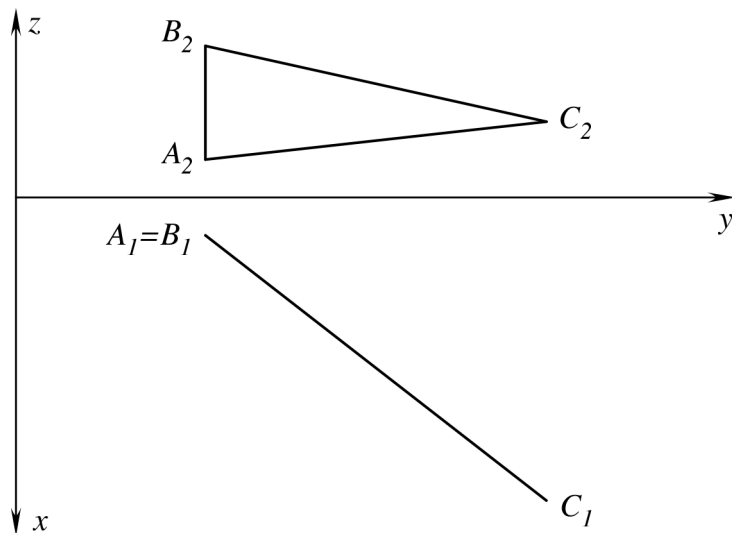
7. On donne $A(? ; 10 ; ?)$, $B(4 ; 2 ; 5)$ et $C(7 ; ? ; ?)$. Dessiner les trois projections du triangle ABC , sachant que le côté BC est de bout et que A est sur la ligne de terre.



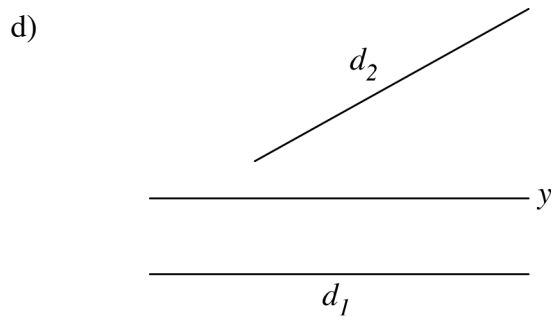
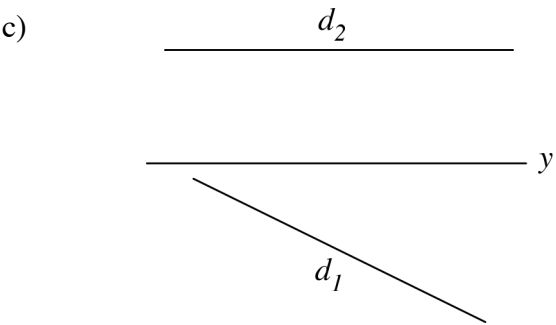
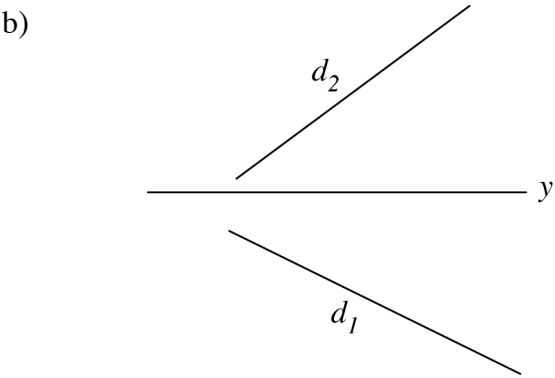
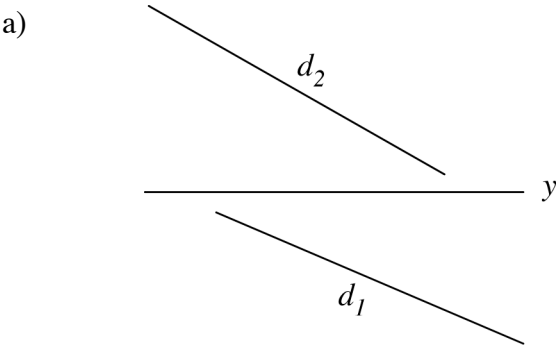
8. D'un triangle ABC , on sait que le côté AC est frontal, que BC est de bout, et l'on connaît les sommets $A(4 ; 11 ; 4)$ et $B(10 ; 2 ; 12)$. Dessiner les trois projections de ABC , puis construire la vraie grandeur de ce triangle en le rendant horizontal au moyen d'une rotation d'axe BC .



9. Construire la vraie grandeur du triangle ABC :

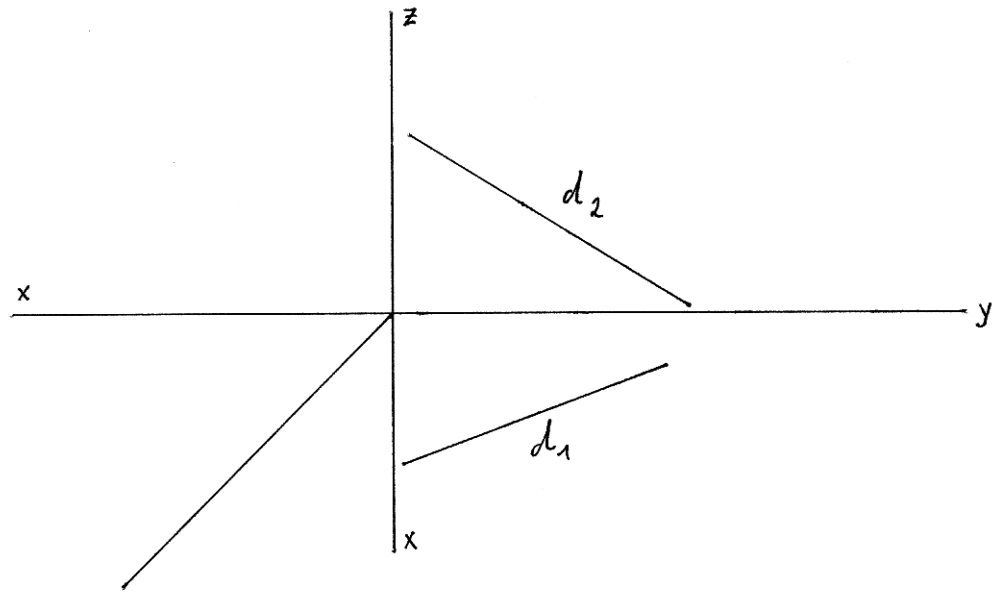


10. Construire les traces D' et D'' de la droite d .

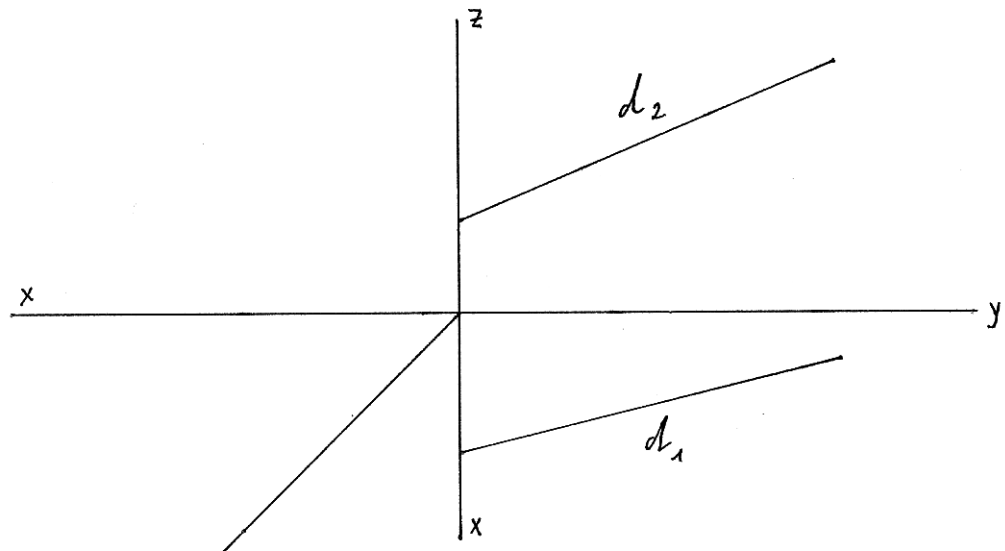


11. Construire les traces D' , D'' et D''' de la droite d .

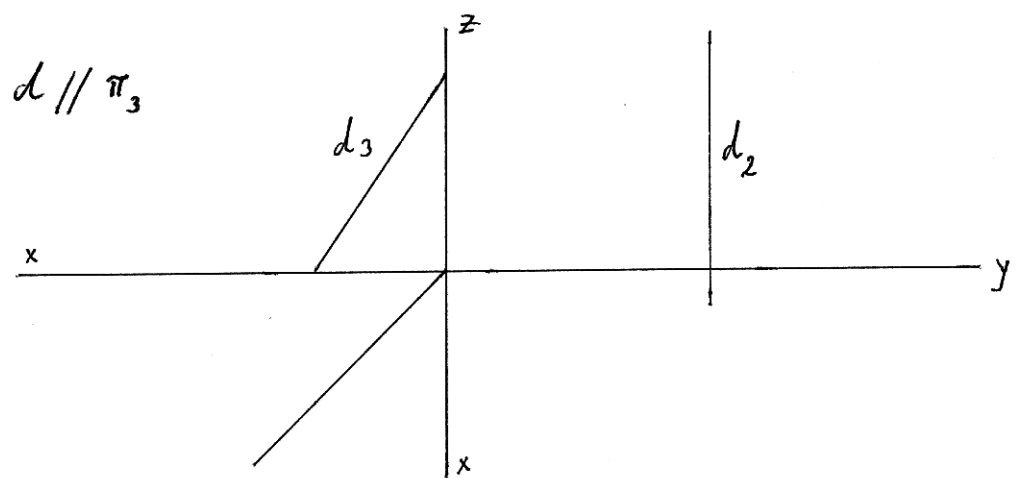
1)



2)



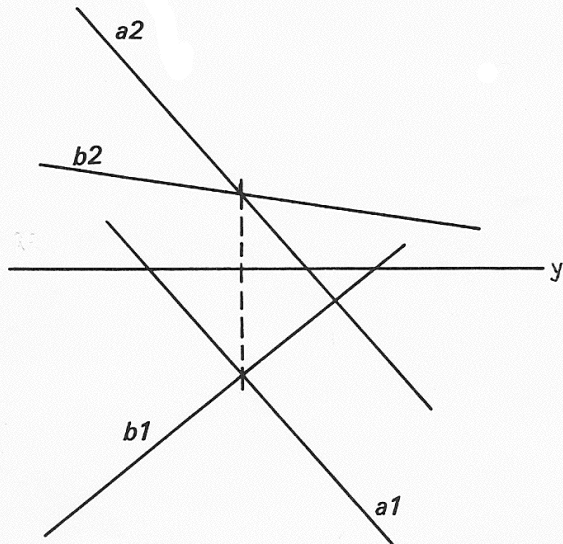
3)



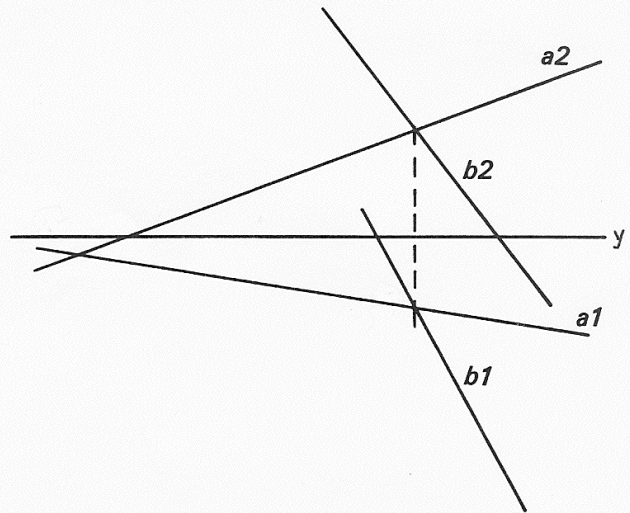
12. Construire les traces du plan α déterminé par les droites a et b .

Indication. Dans les exercices donnés ci-dessous on pourra faire usage
 — du point commun aux traces α' et α'' situé sur la ligne de terre,
 — des propriétés des plans particuliers,
 — des propriétés des droites remarquables du plan,
 — éventuellement d'une 3^e projection.

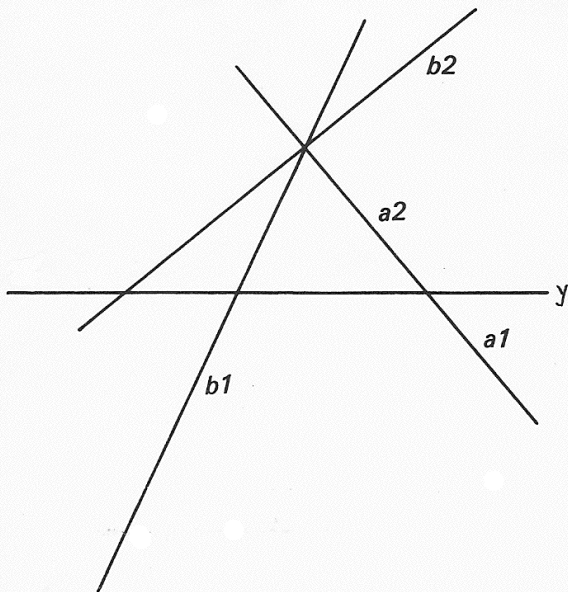
1



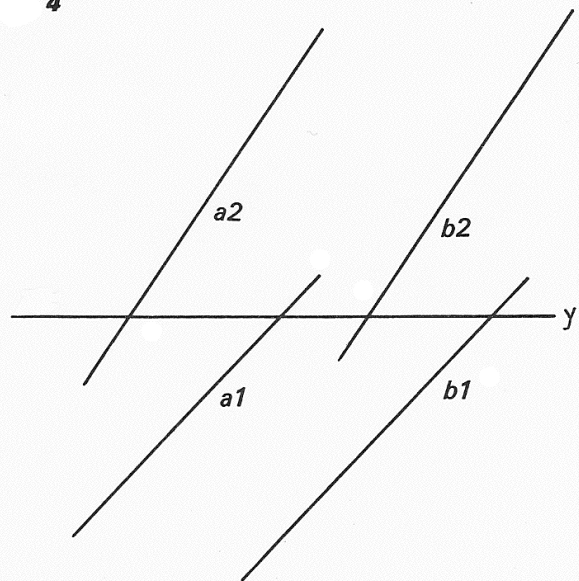
2



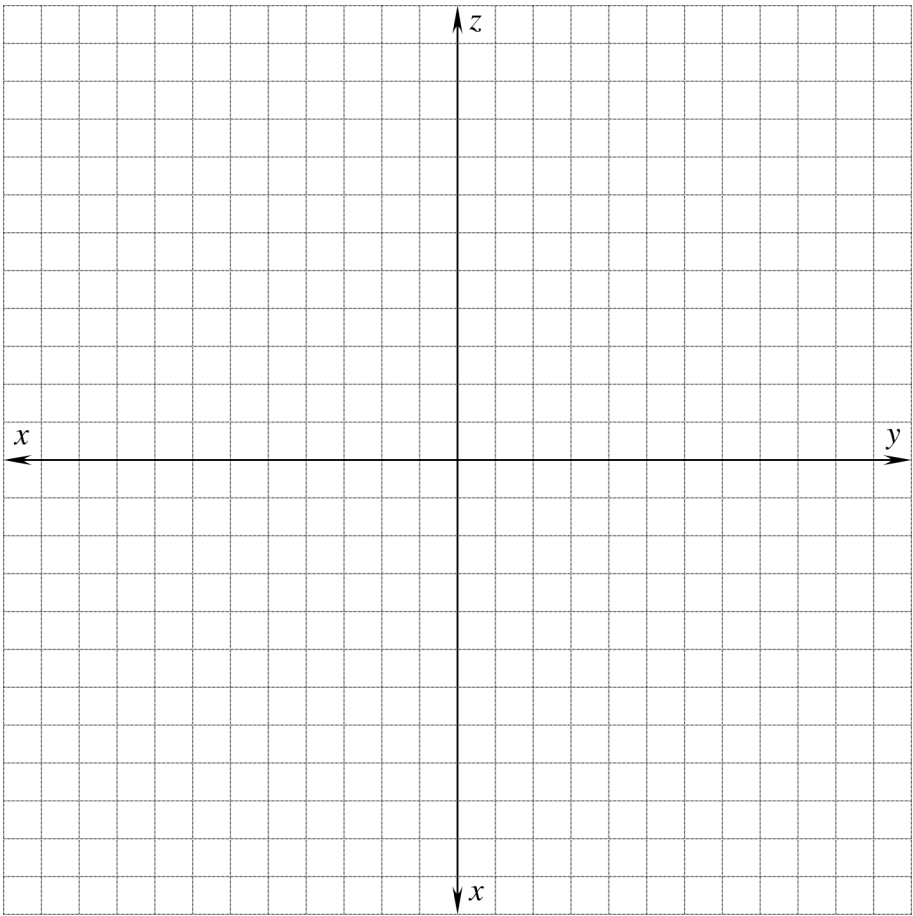
3



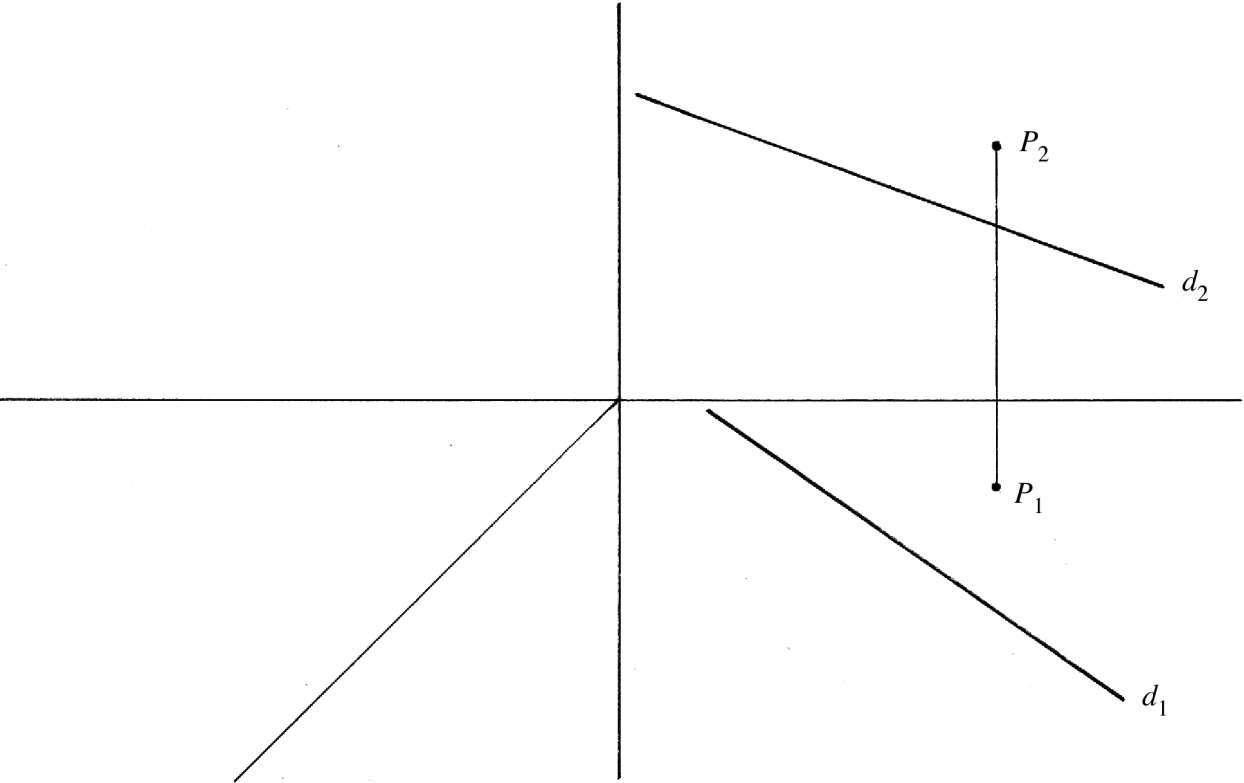
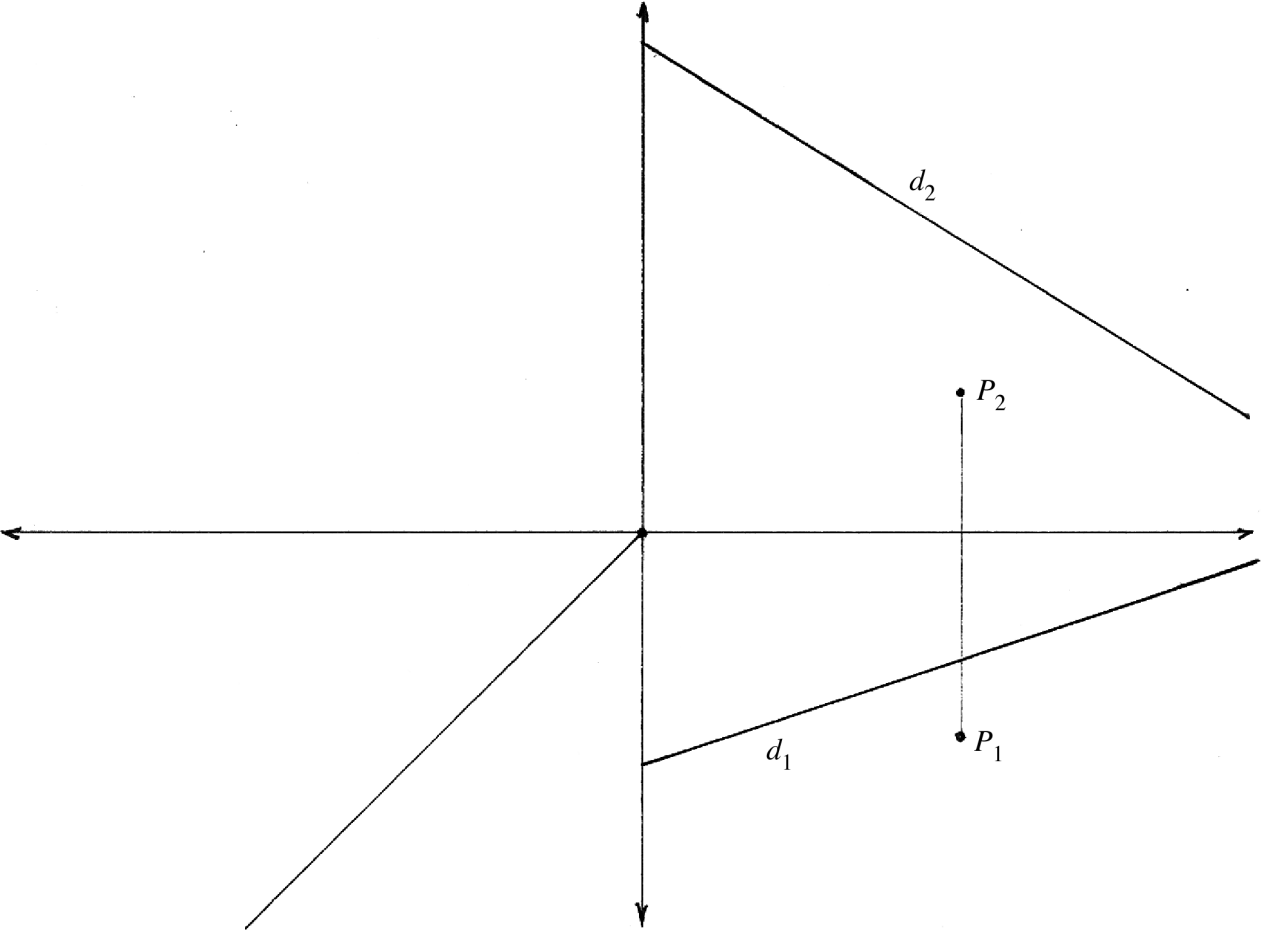
4



13. Dessiner (avec visibilité) les trois projections du tétraèdre $ABCD$: $A(10 ; 10 ; 7)$, $B(4 ; 3 ; 10)$, $C(7 ; 4 ; 3)$, $D(1 ; 7 ; 10)$.

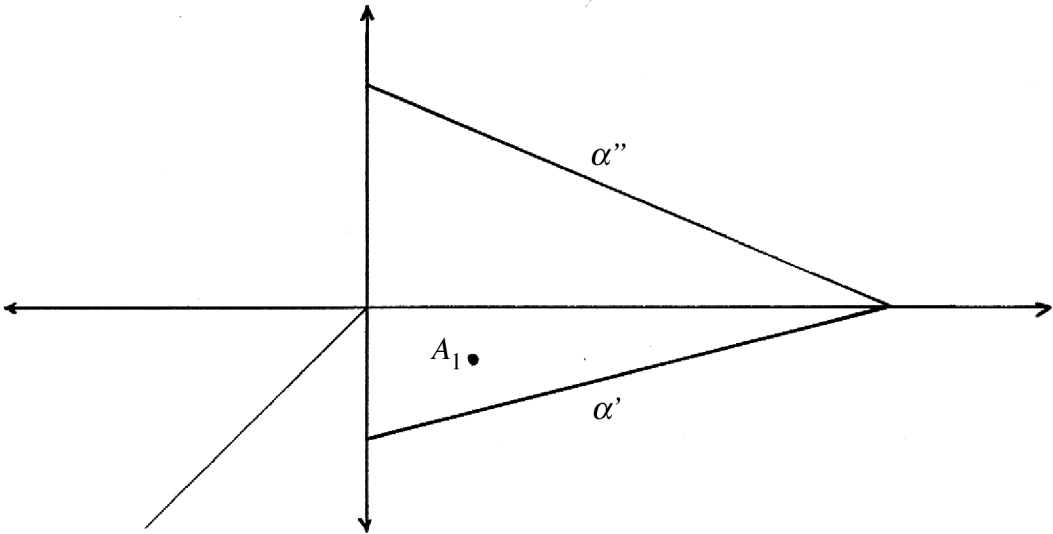


14. Construire les projections d'une horizontale h , d'une frontale f puis d'une droite de profil p passant par le point P et coupant la droite d .

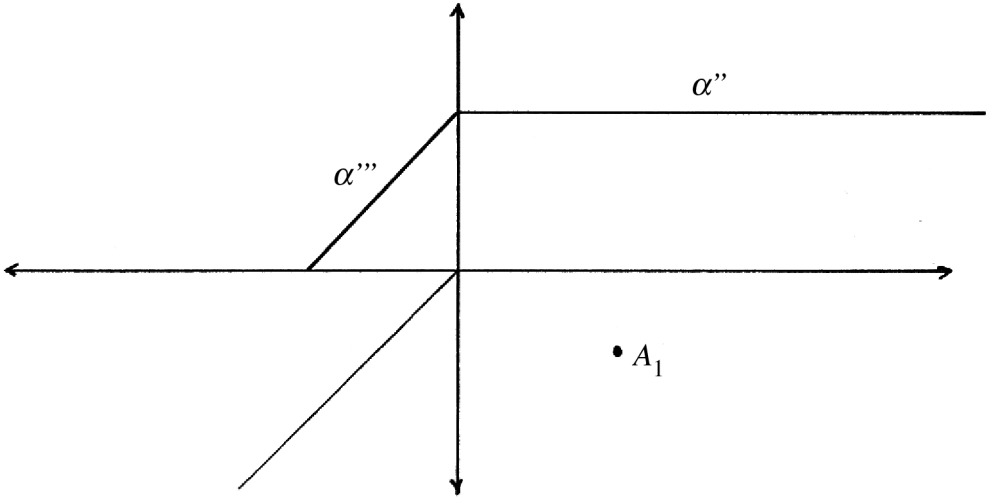


15. On donne un plan α par deux de ses traces, et l'une des projections d'un point A de α . Construire les autres projections de A .

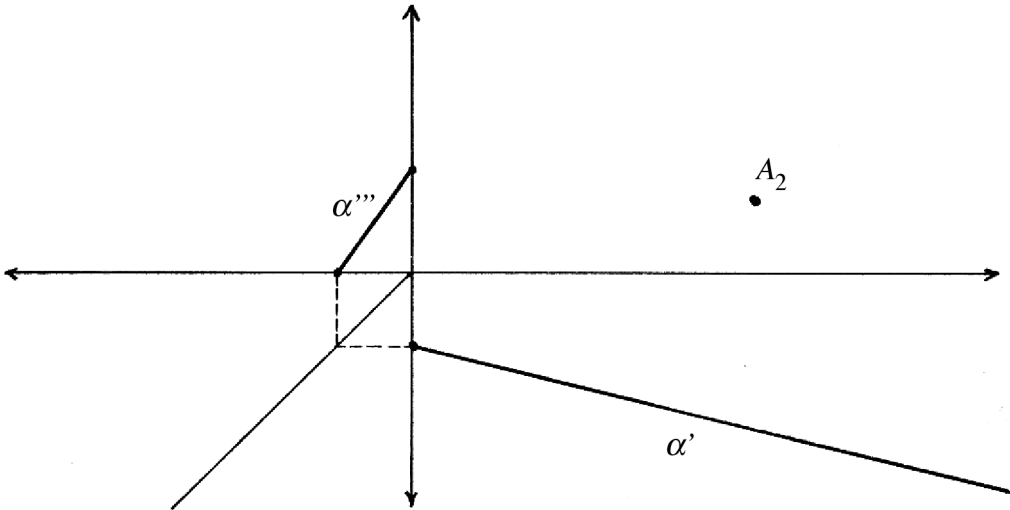
a)



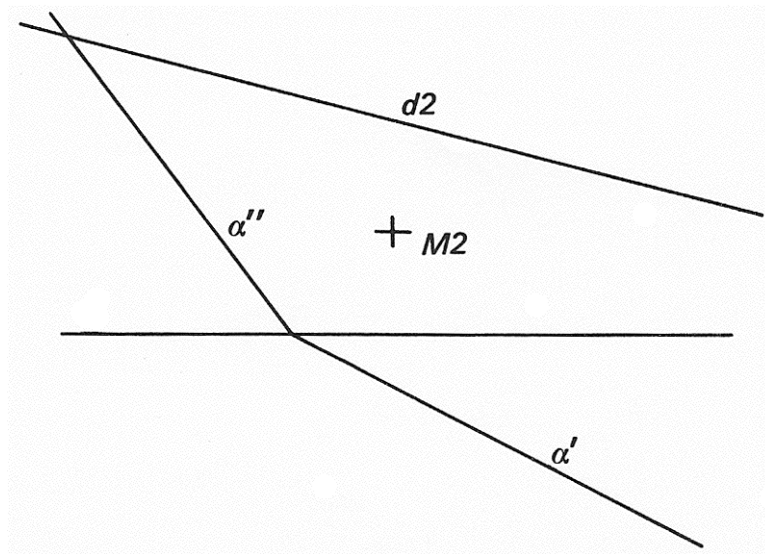
b)



c)

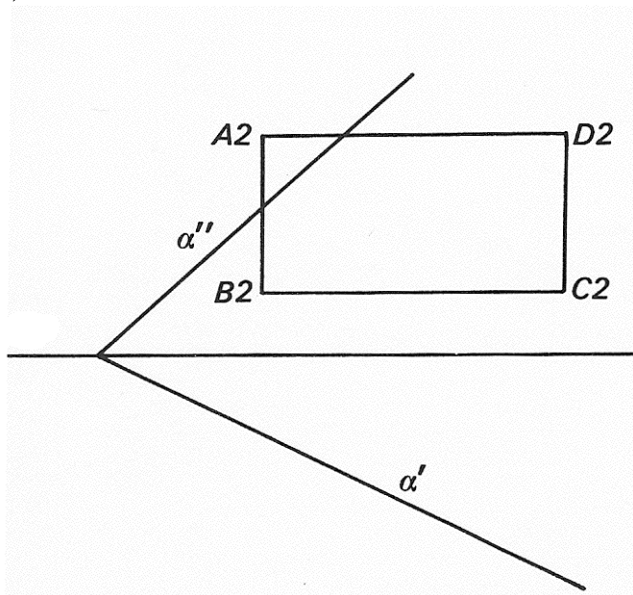


16. Un plan α est donné par ses traces α' et α'' . Soit M un point et d une droite du plan dont on ne donne qu'une projection. Construire la projection manquante de ce point et de cette droite.

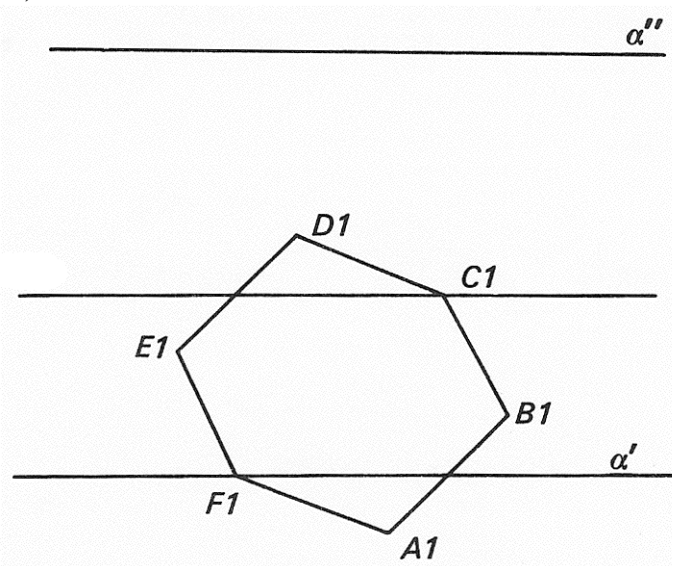


17. Un plan α est donné par deux de ses traces. On donne une projection d'une figure contenue dans ce plan. Construire l'autre projection de cette figure.

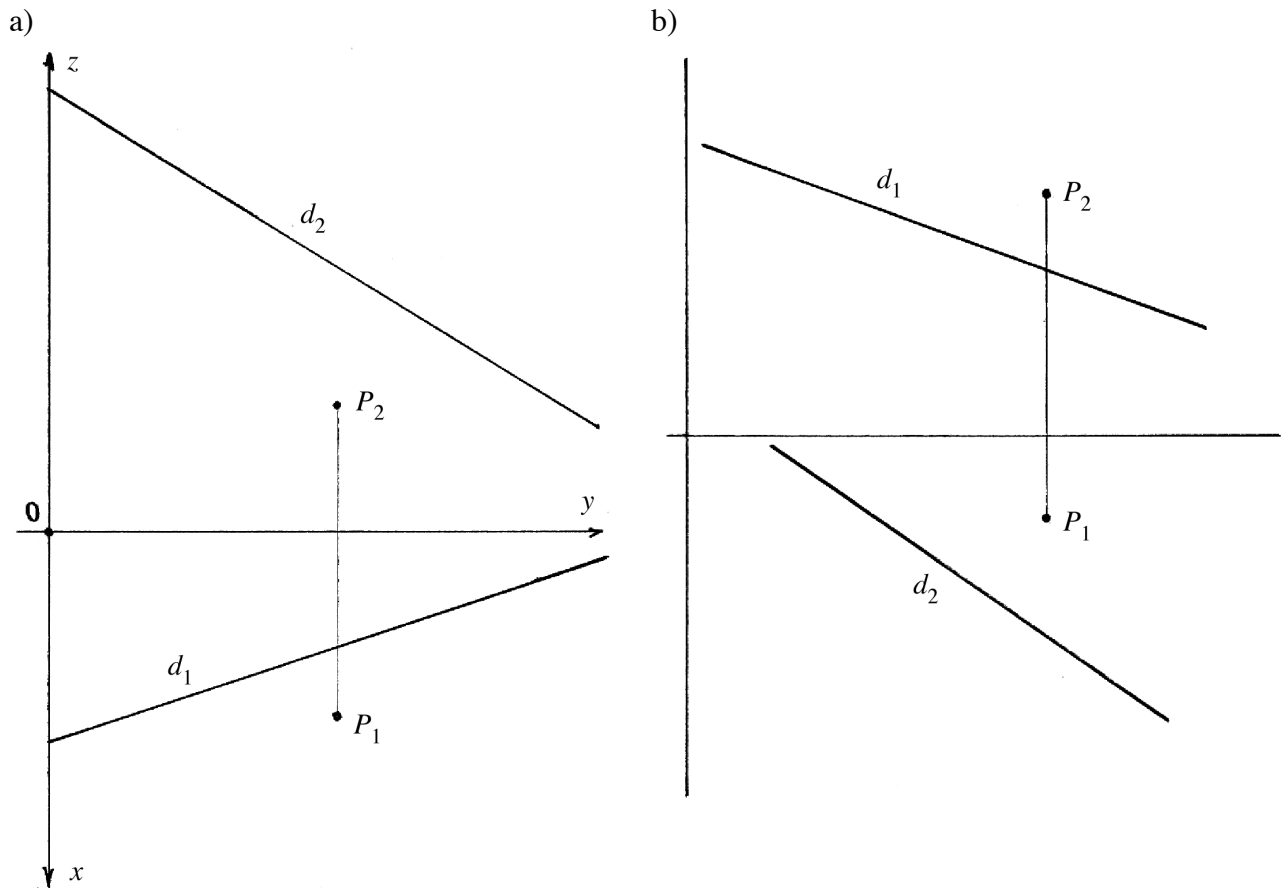
a)



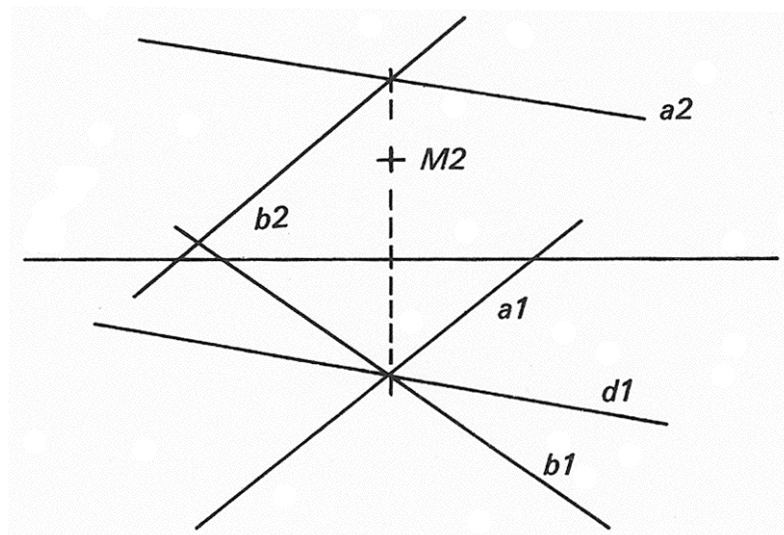
b)



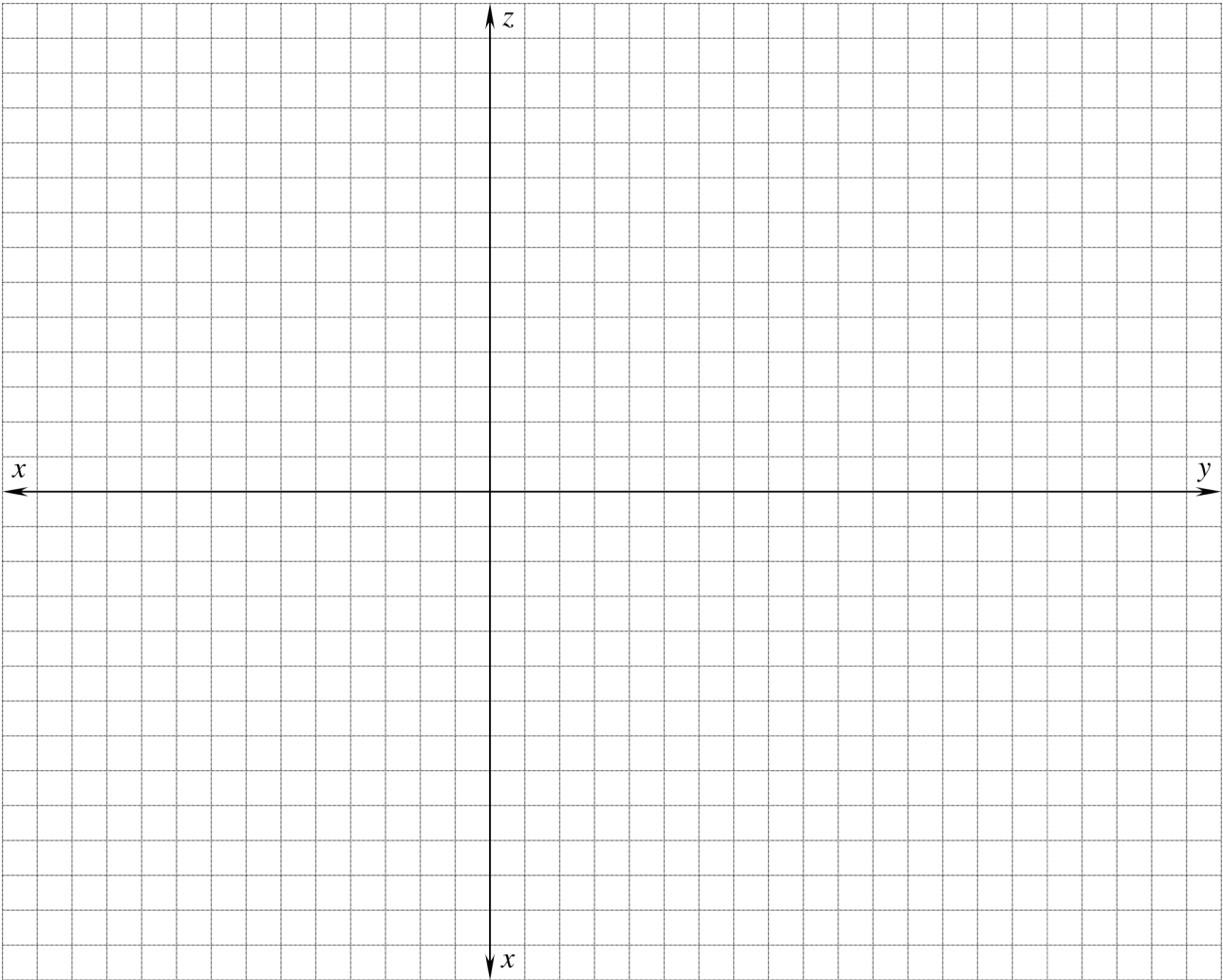
18. Construire les projections d'une horizontale et d'une frontale passant par P et coupant d .



19. Un plan α est donné par les droites a et b . Soit M un point et d une droite du plan dont on ne donne qu'une projection. Construire la projection manquante de ce point et de cette droite.

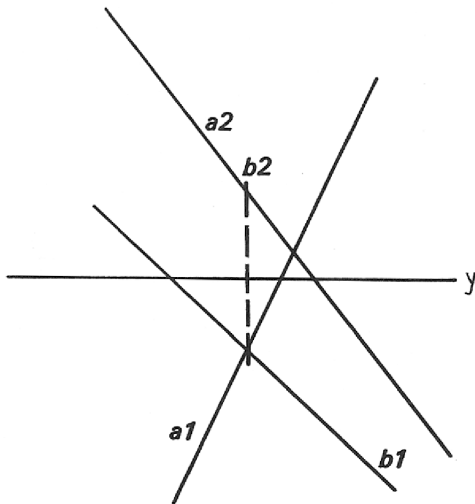


20. Dessiner (avec visibilité) les trois projections de la pyramide $SABCDE$: $S(12 ; 8 ; 12)$, $A(5 ; 19 ; 0)$, $B(2 ; 13 ; 0)$, $C(4 ; 5 ; 0)$, $D(8 ; 8 ; 0)$, $E(9 ; 16 ; 0)$.

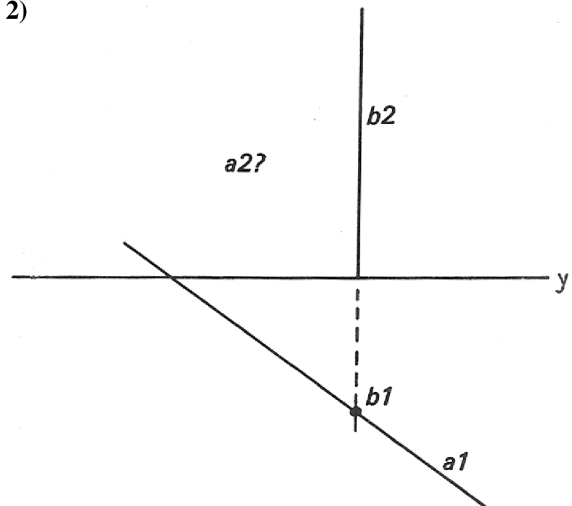


21. Construire les traces du plan α déterminé par les droites a et b .

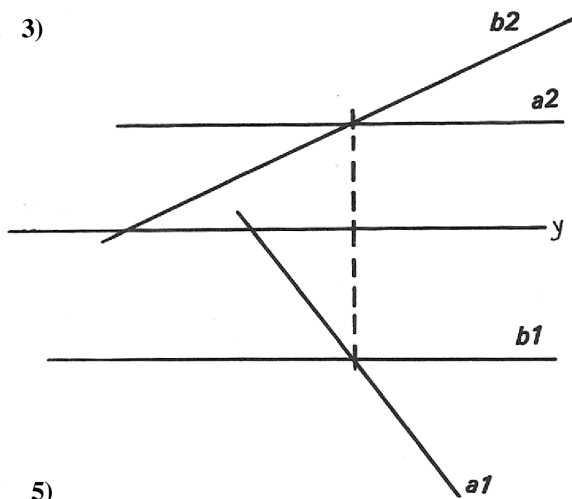
1)



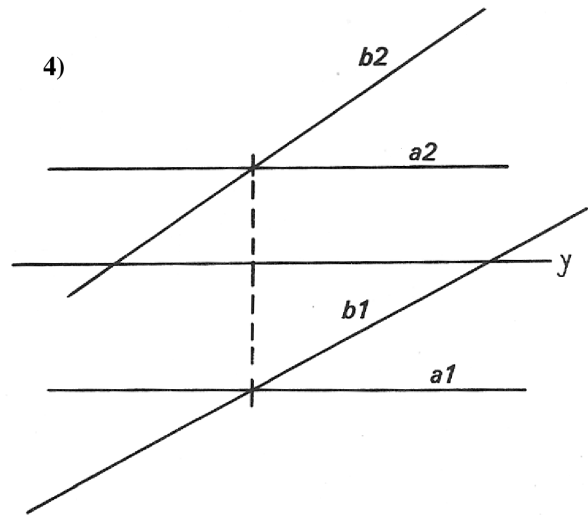
2)



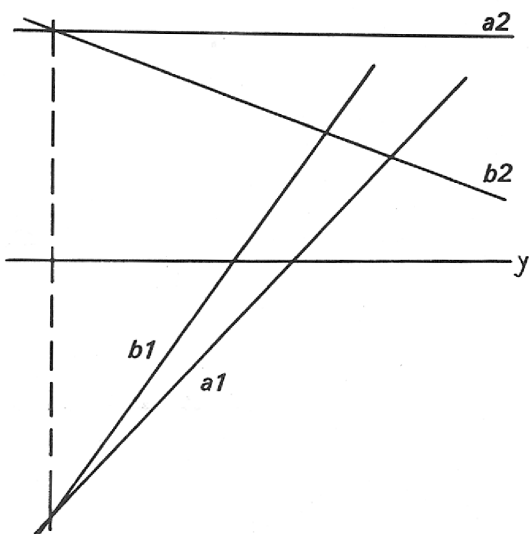
3)



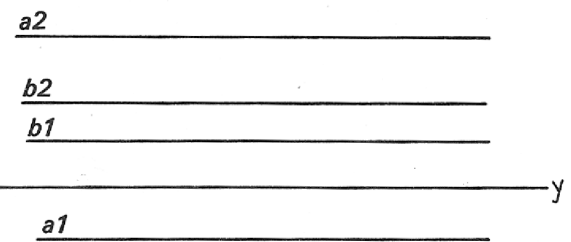
4)



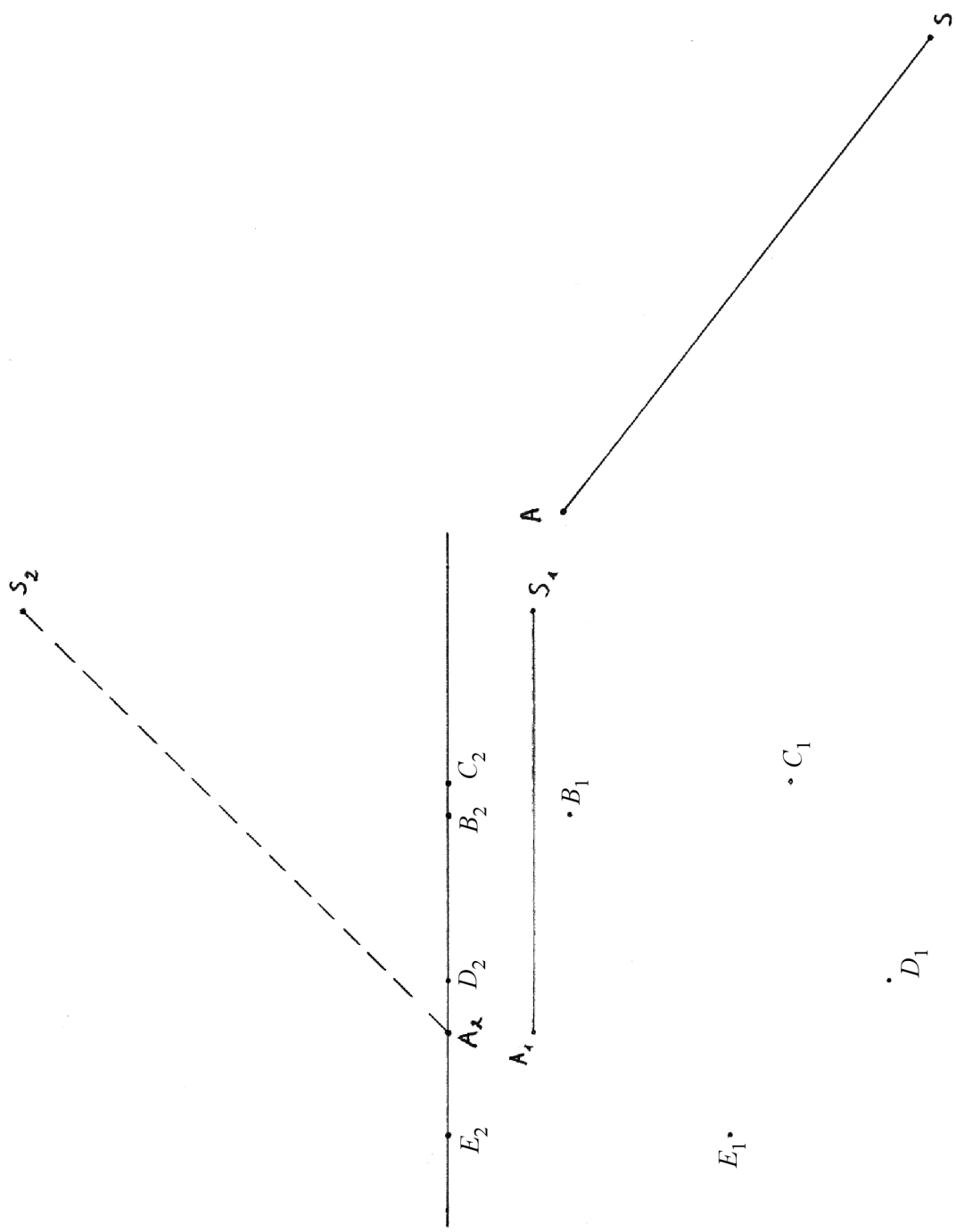
5)



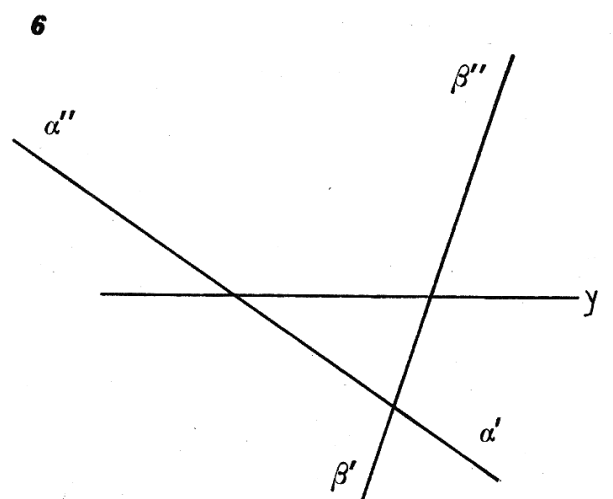
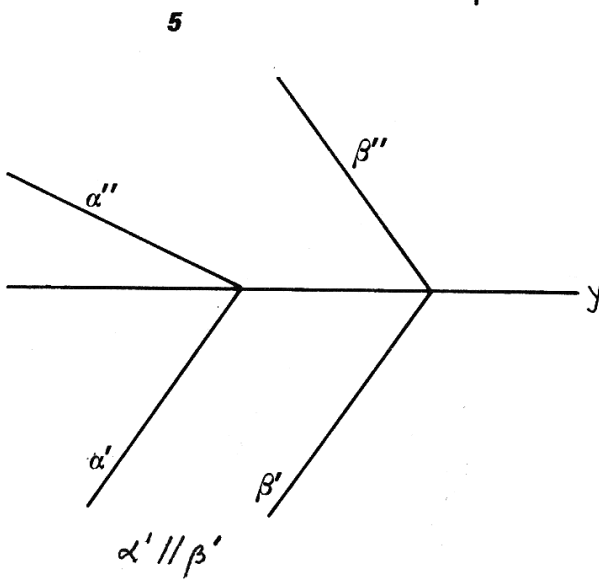
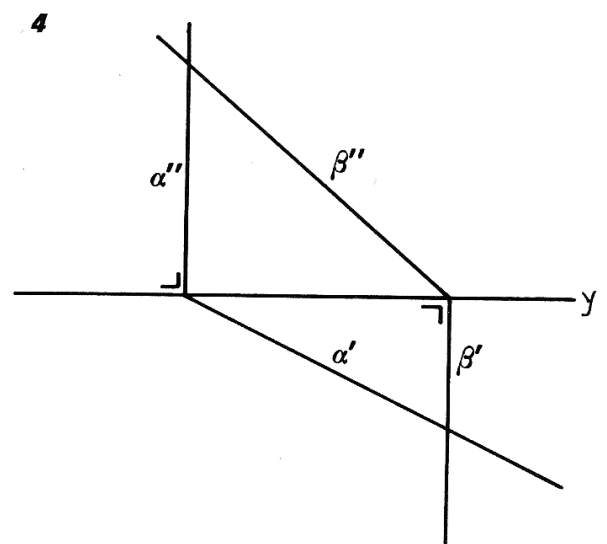
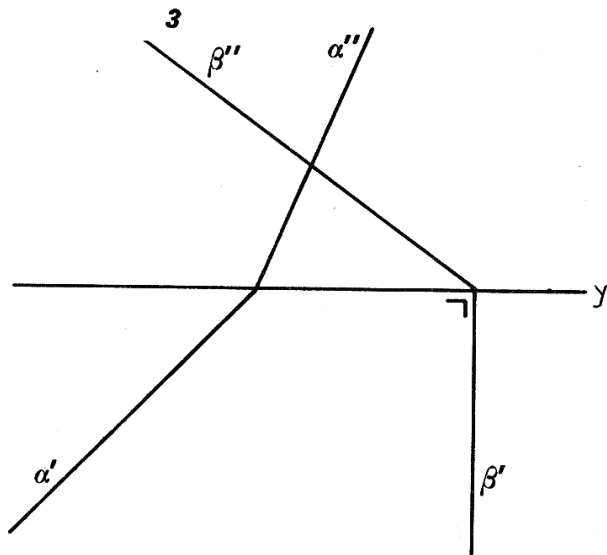
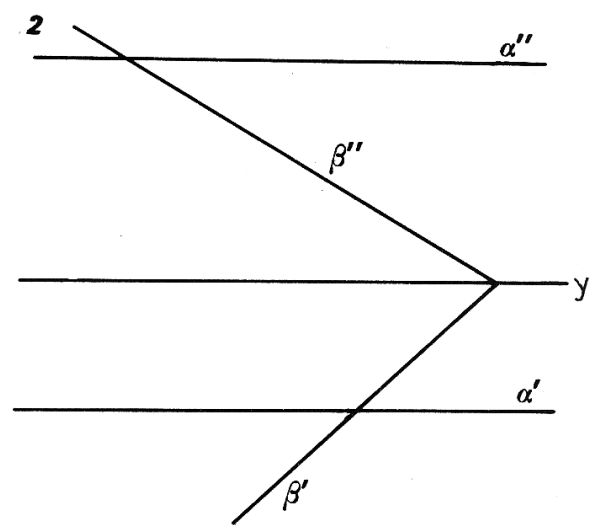
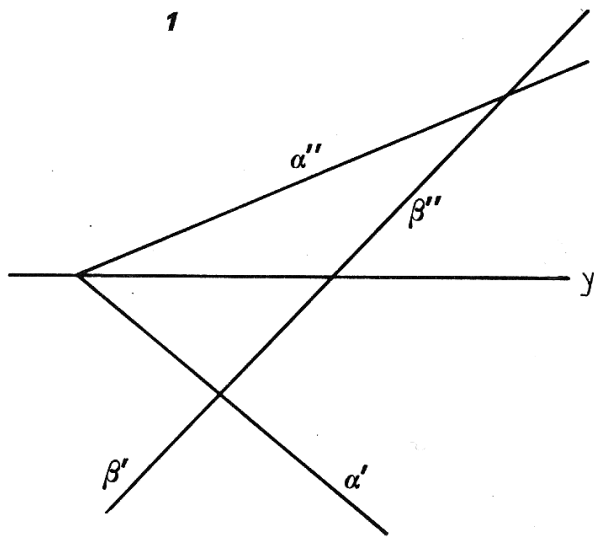
6)



22. Achever les deux projections de la pyramide $SABCDE$. Construire ensuite son développement en l'ouvrant selon l'arête SA .

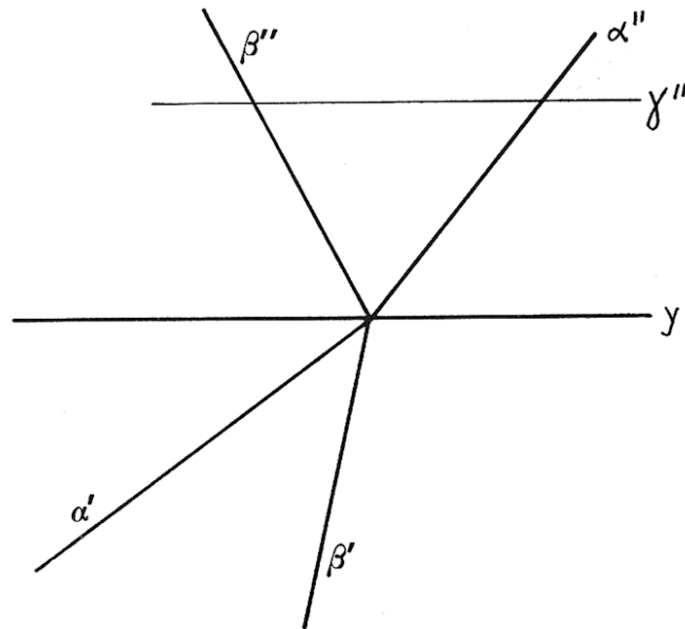


23. Construire la droite d'intersection i des plans α et β .

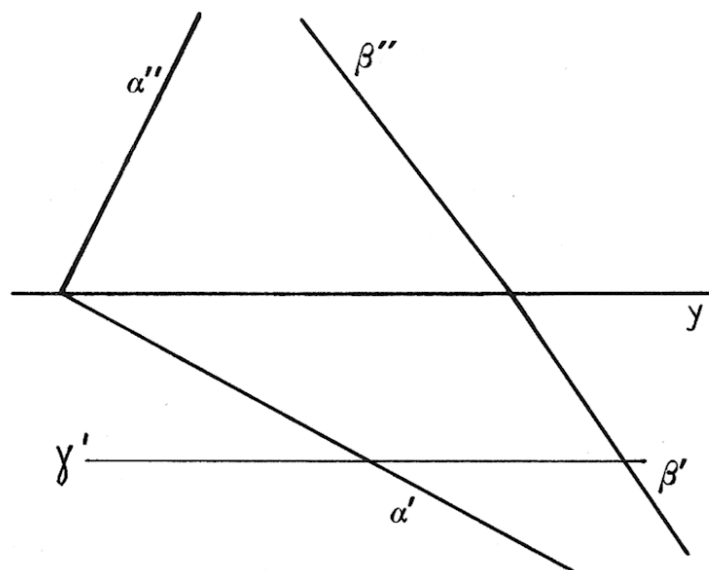


24. Construire la droite $i = \alpha \cap \beta$.

a) Indication : introduire un plan auxiliaire horizontal γ .

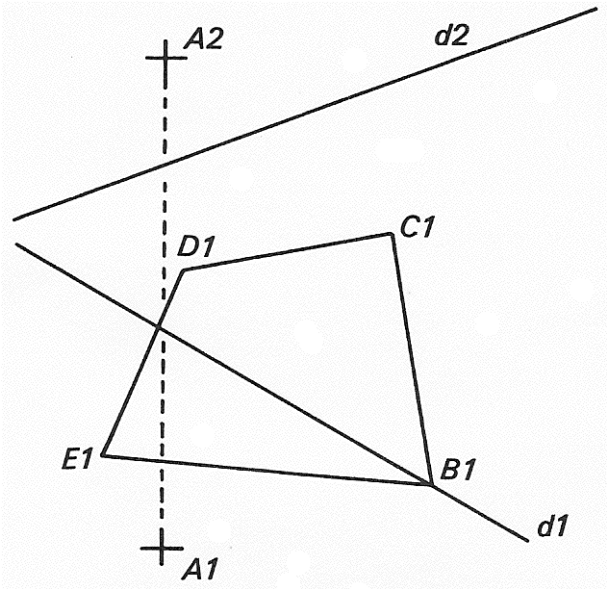


b) Indication : introduire un plan auxiliaire frontal γ .

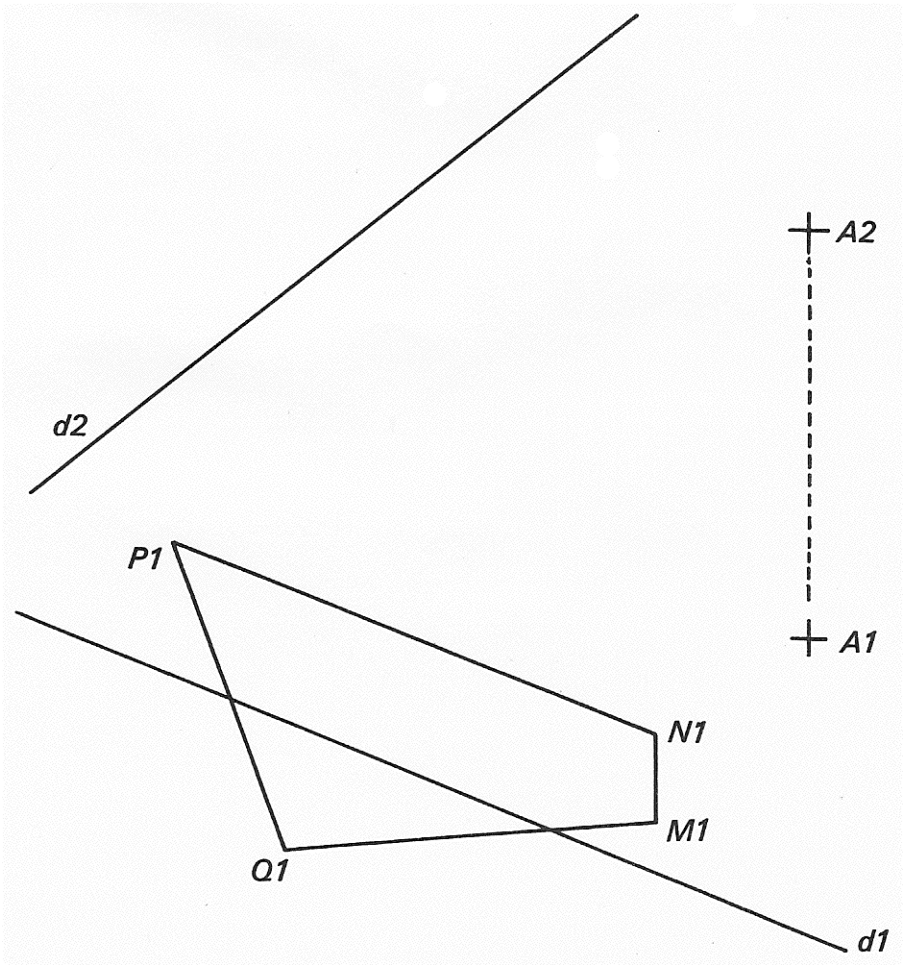


25. On donne un plan α par les projections d'un point A et d'une droite d de ce plan. On donne encore une projection d'une figure appartenant à α . Construire l'autre projection de cette figure.

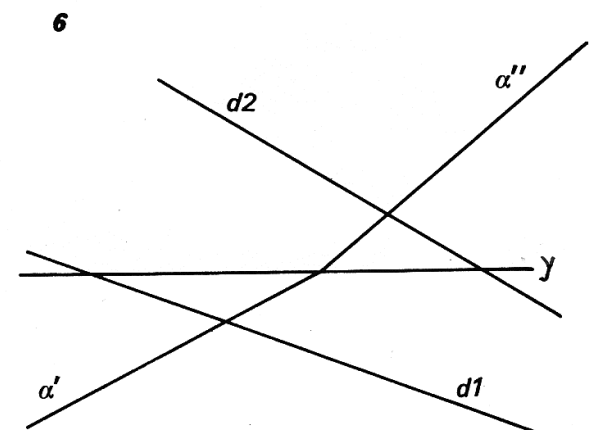
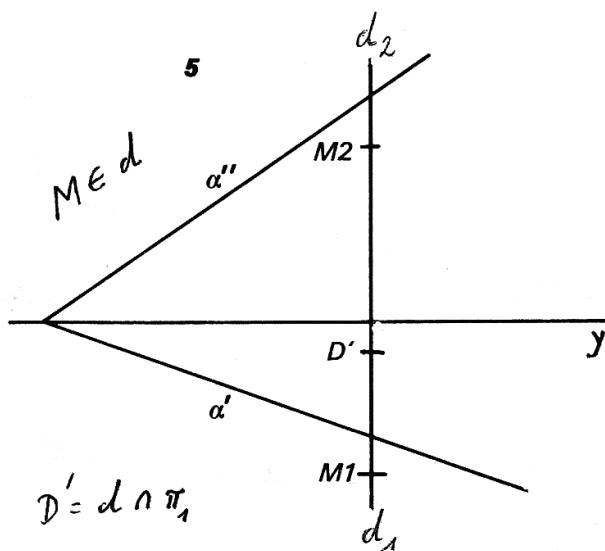
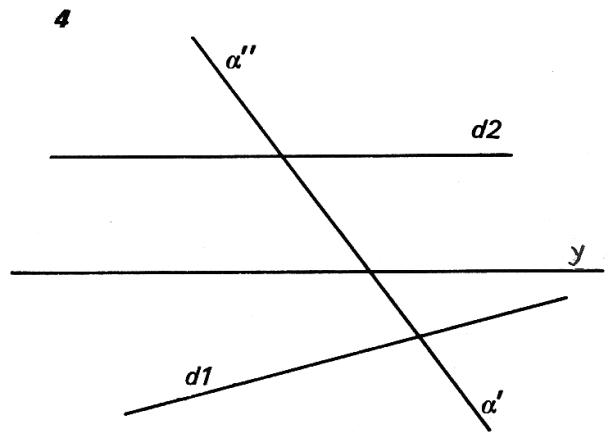
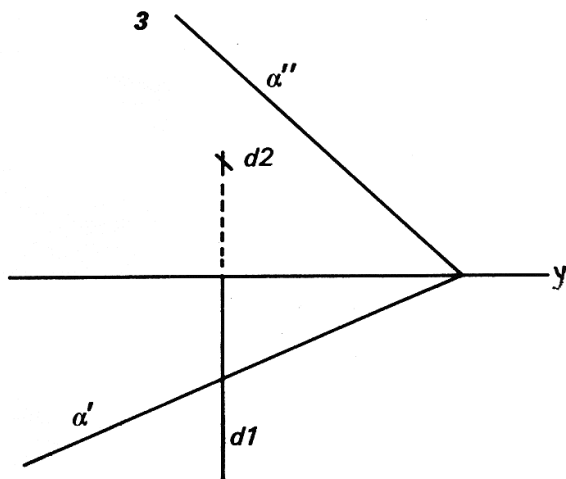
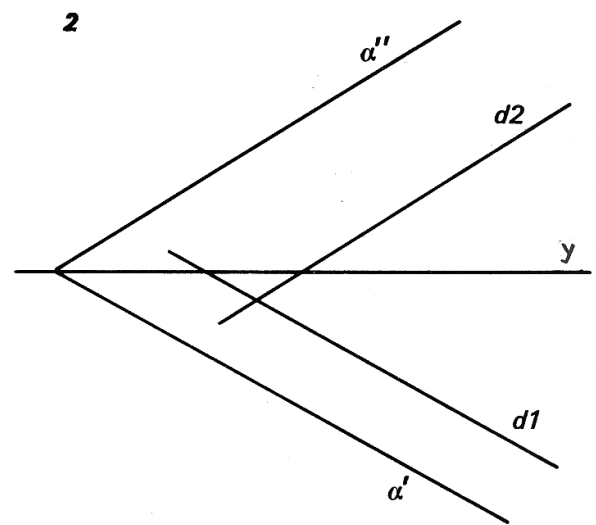
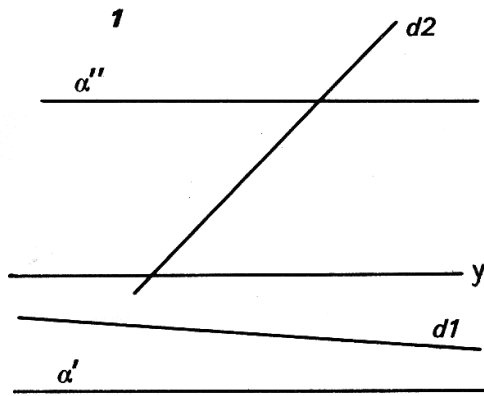
a)



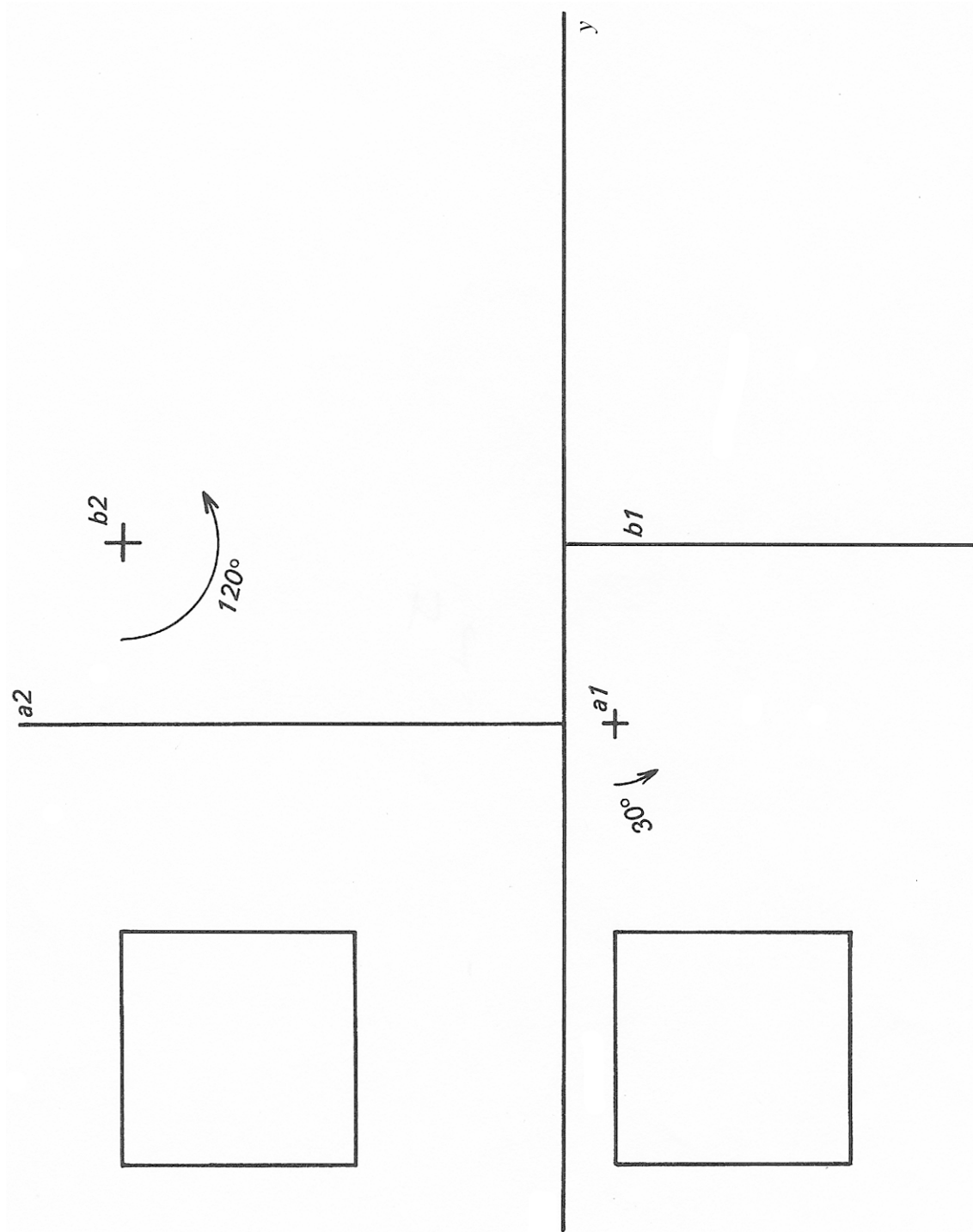
b)



26. Construire le point d'intersection A de la droite d avec le plan α donné par ses traces.

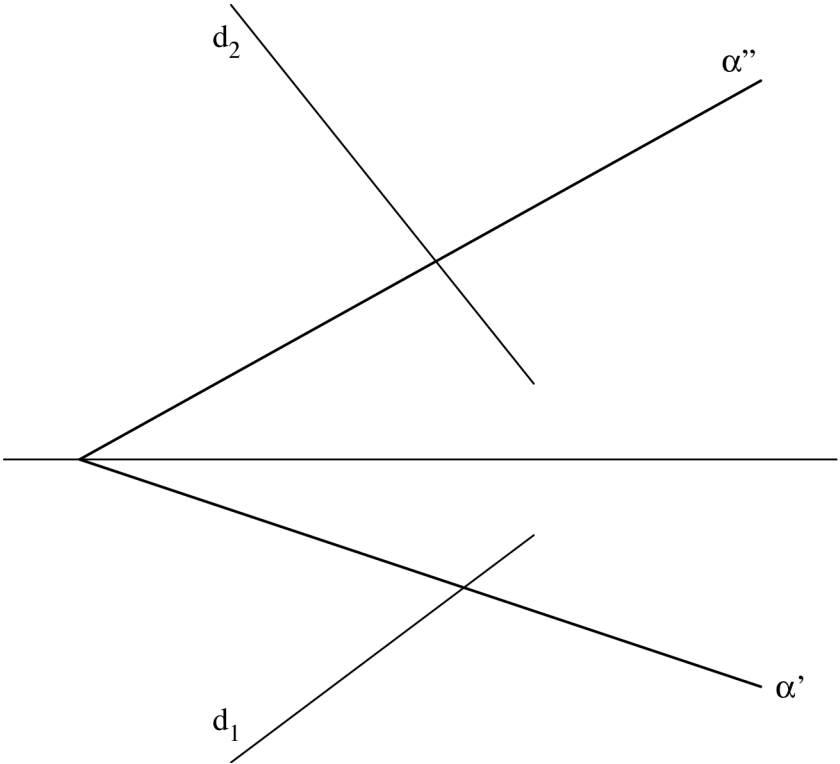


27. Faire subir à un cube $ABCDEFGH$ les déplacements suivants : tout d'abord une rotation d'axe a de 30° , puis une rotation d'axe b de 120° .

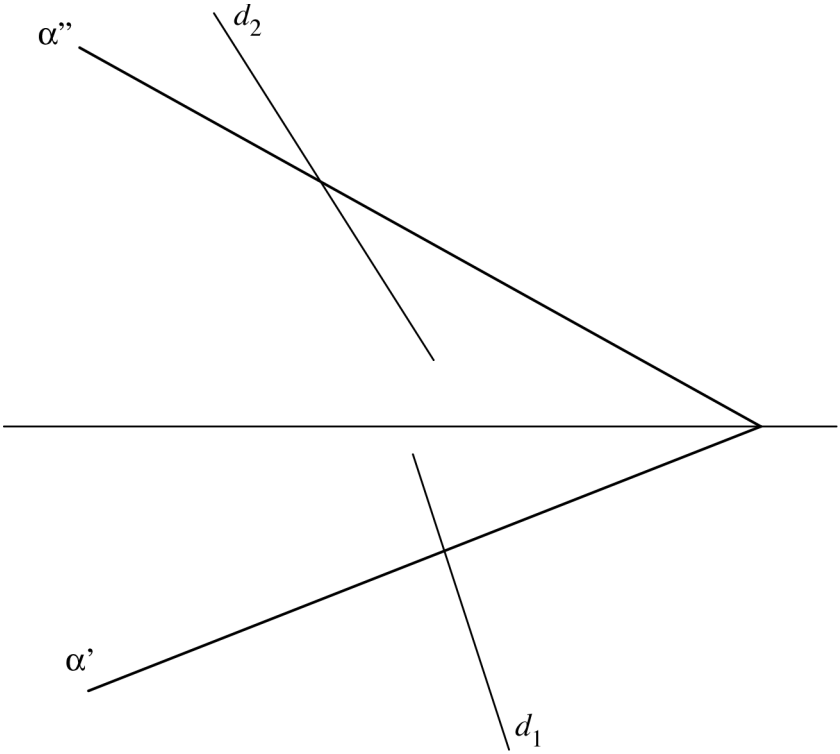


28. Construire le point $K = d \cap \alpha$ au moyen d'un plan auxiliaire φ de bout.

a)

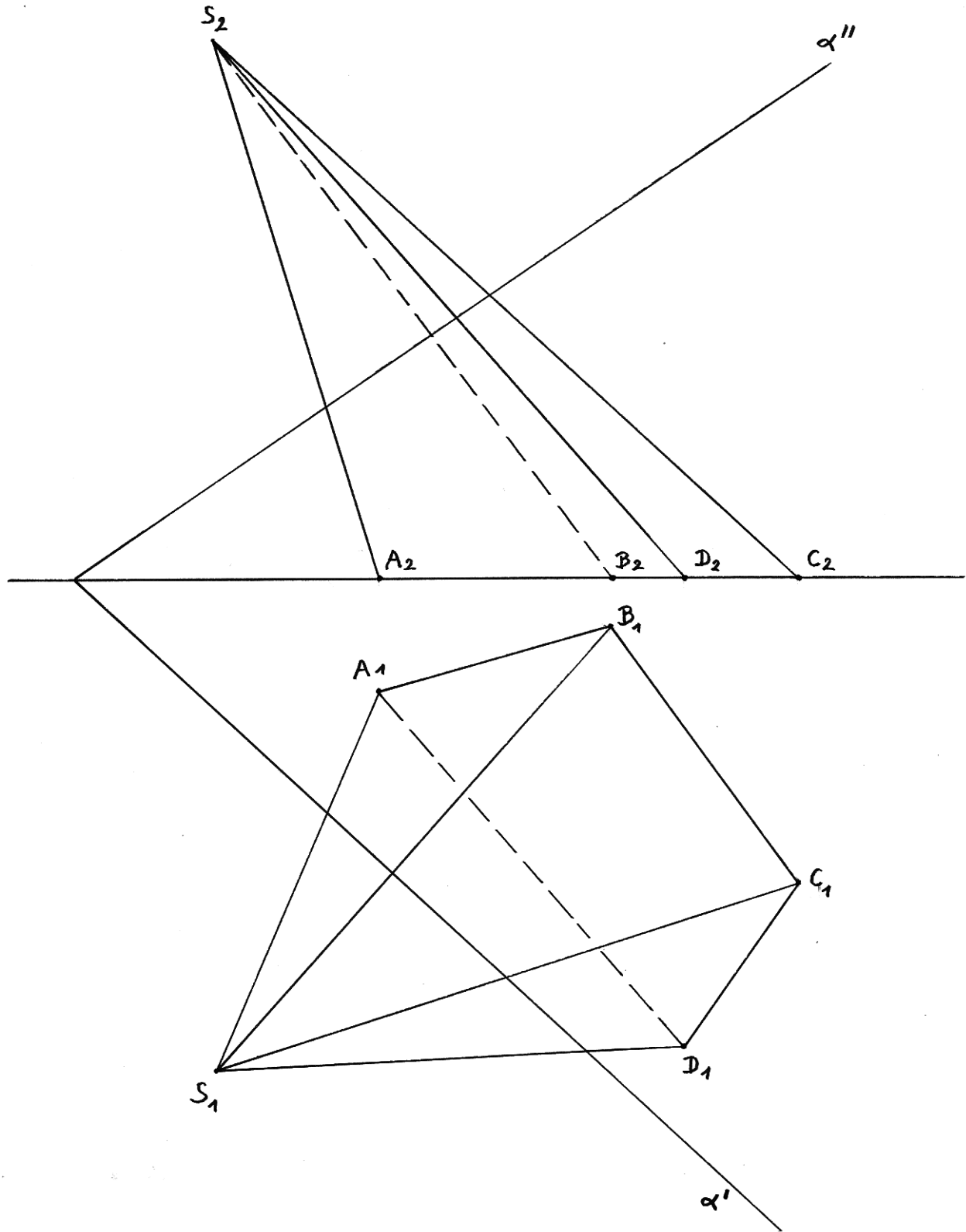


b)

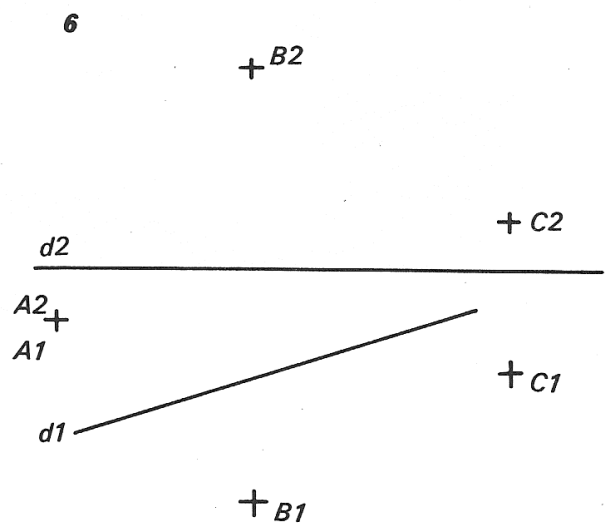
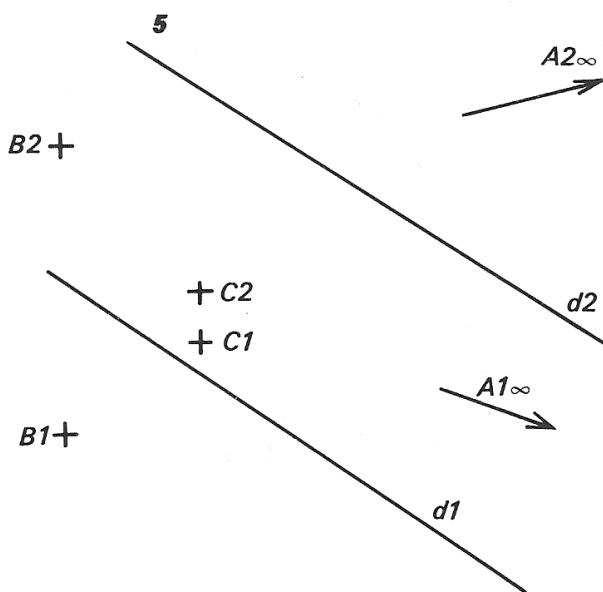
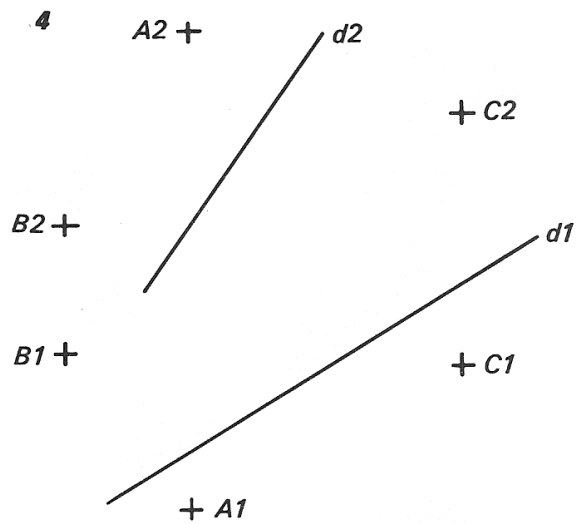
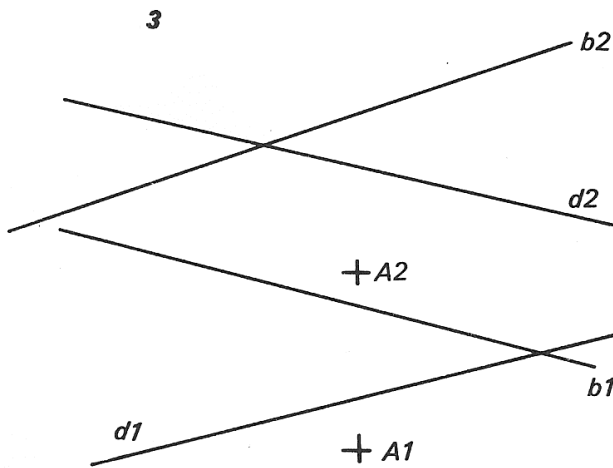
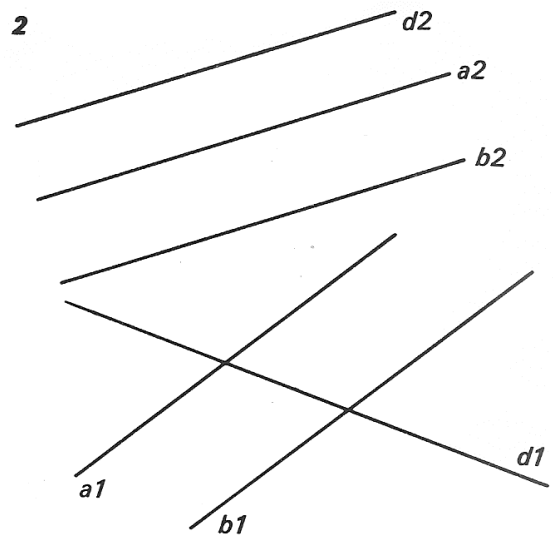
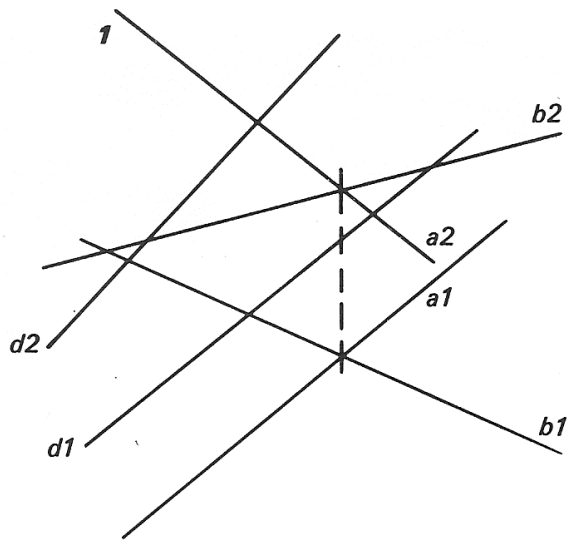


29. On donne les deux premières projections d'une pyramide $SABCD$ et les deux premières traces d'un plan α . Construire l'intersection de la pyramide avec le plan α .

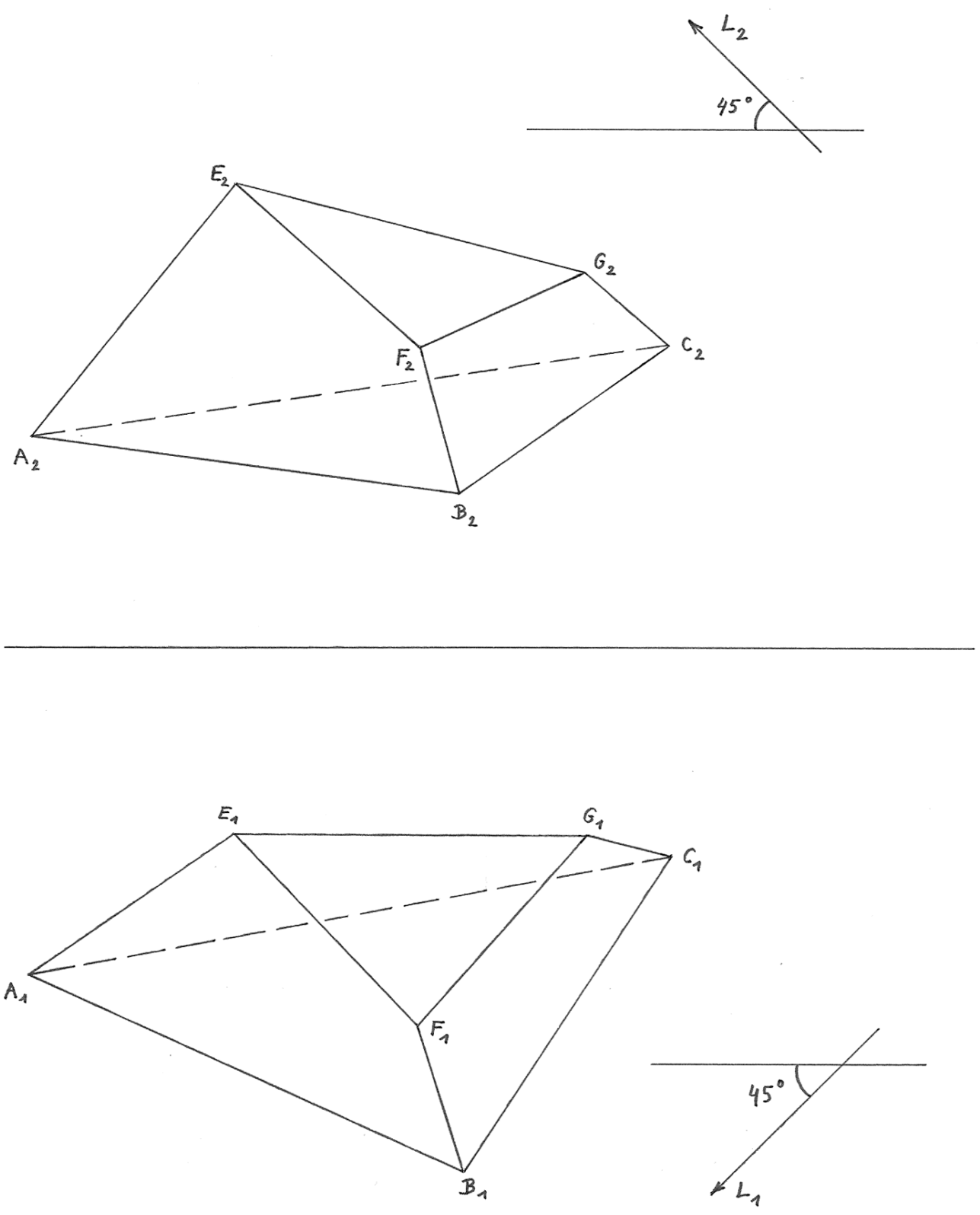
Indication : Pour chaque arête latérale, introduire un plan projetant (= de bout ou vertical) contenant l'arête, et construire la trace de ce plan sur α . L'arête percera α sur cette trace.



30. Construire l'intersection K de la droite d et du plan α déterminé par les droites a et b (1 et 2), ou par le point A et la droite b (3), ou par les trois points A, B et C (4, 5 et 6).

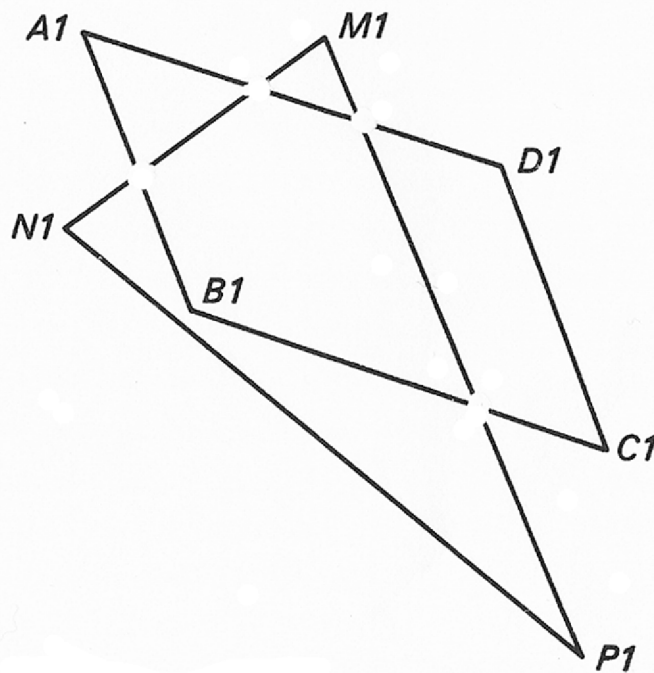
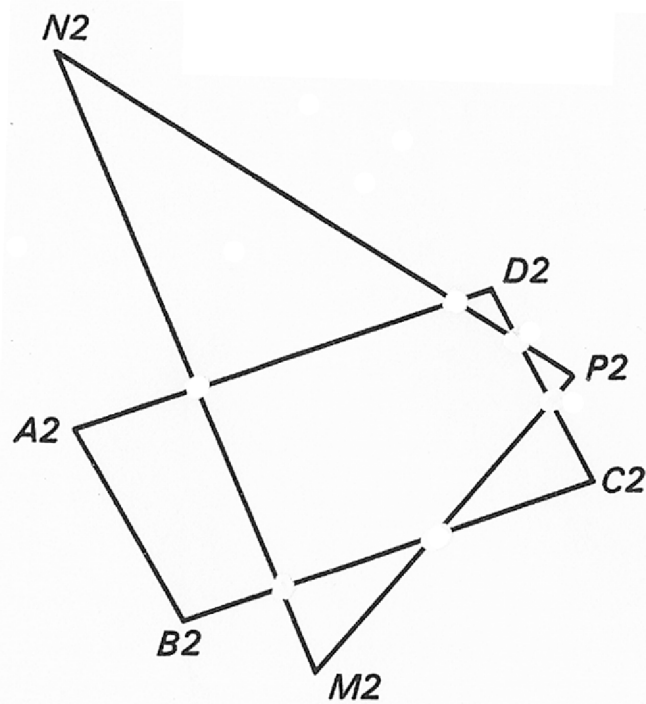


32. Le polyèdre $ABCEFG$ est éclairé par une source lumineuse L située à l'infini. Construire son ombre sur les deux plans de projection, supposés opaques.



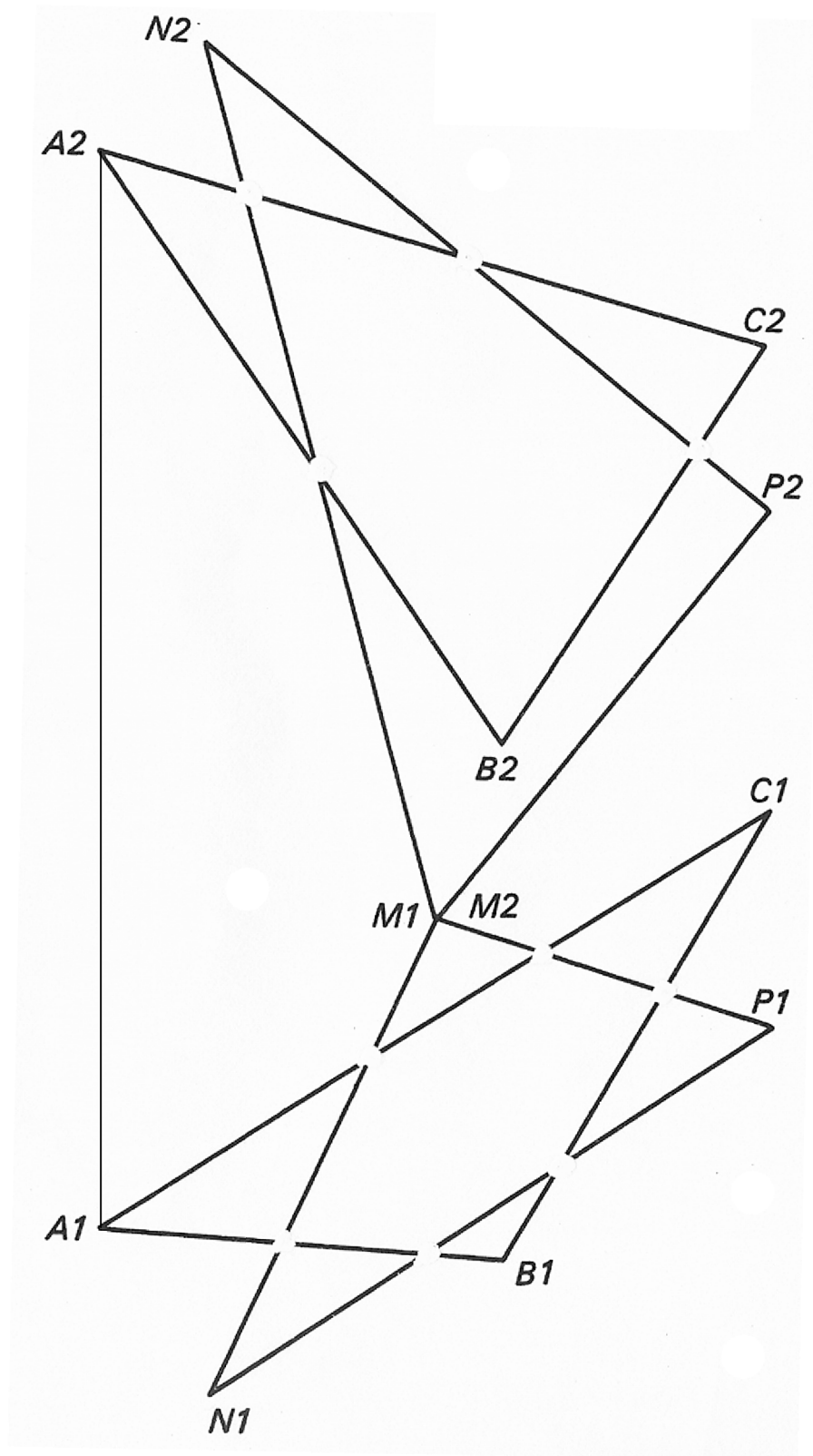
33. Construire l'intersection des figures données (parallélogramme, triangle), que l'on considérera opaques.

Indication : construire $K = MN \cap \pi(ABCD)$ au moyen d'un plan auxiliaire de bout φ contenant MN ; puis construire $L = MP \cap \pi(ABCD)$ au moyen d'un plan auxiliaire de bout ψ contenant MP .



34. Construire l'intersection des triangles donnés, supposés opaques.

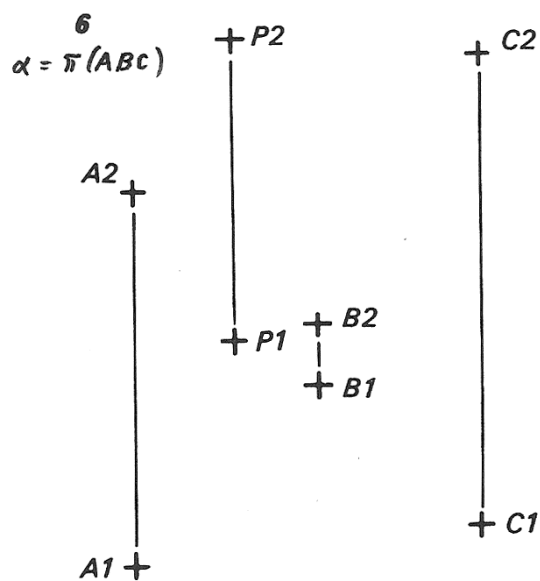
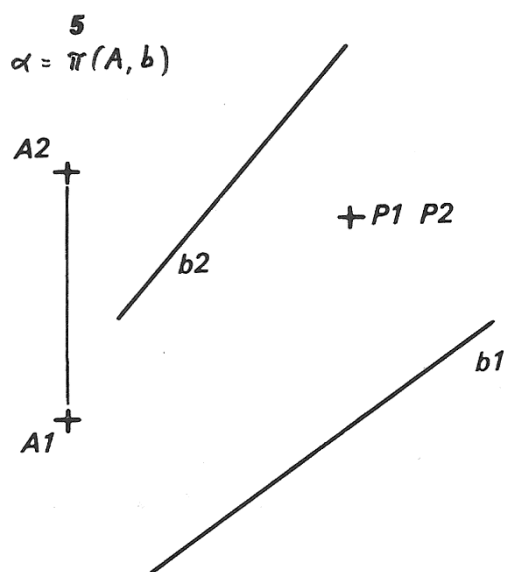
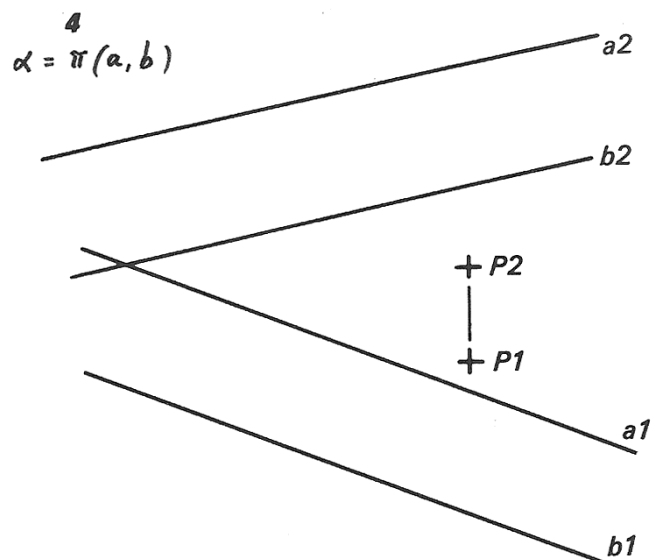
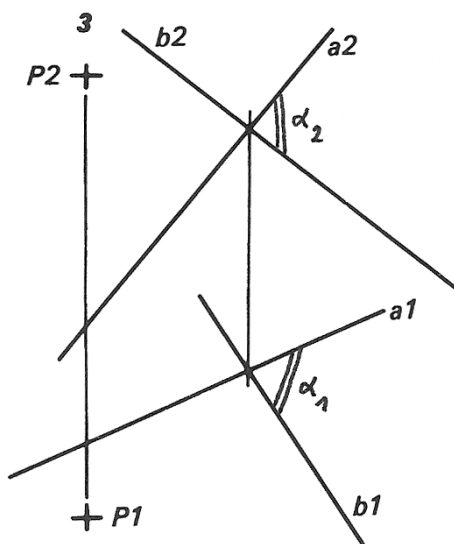
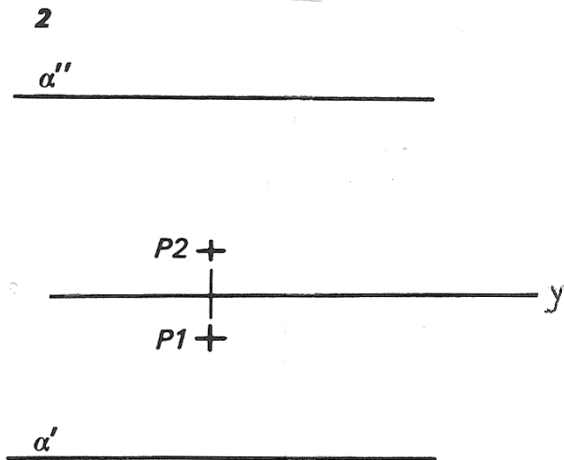
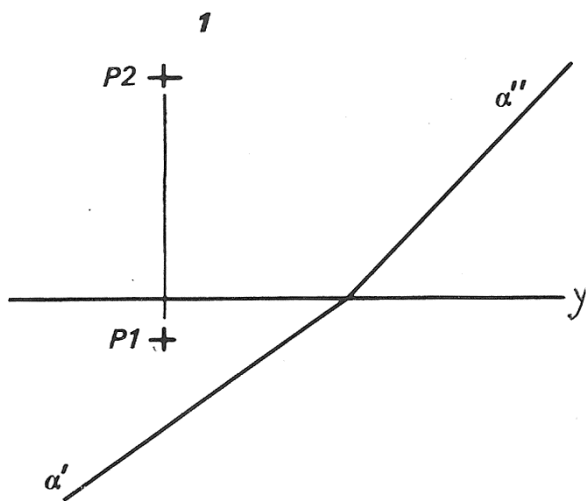
Indication : construire $K = MN \cap \pi(ABC)$ au moyen d'un plan auxiliaire de bout φ contenant MN ; puis construire $L = BC \cap \pi(MNP)$ au moyen d'un plan auxiliaire de bout ψ contenant BC .



40. Construire par le point P la normale n au plan α .

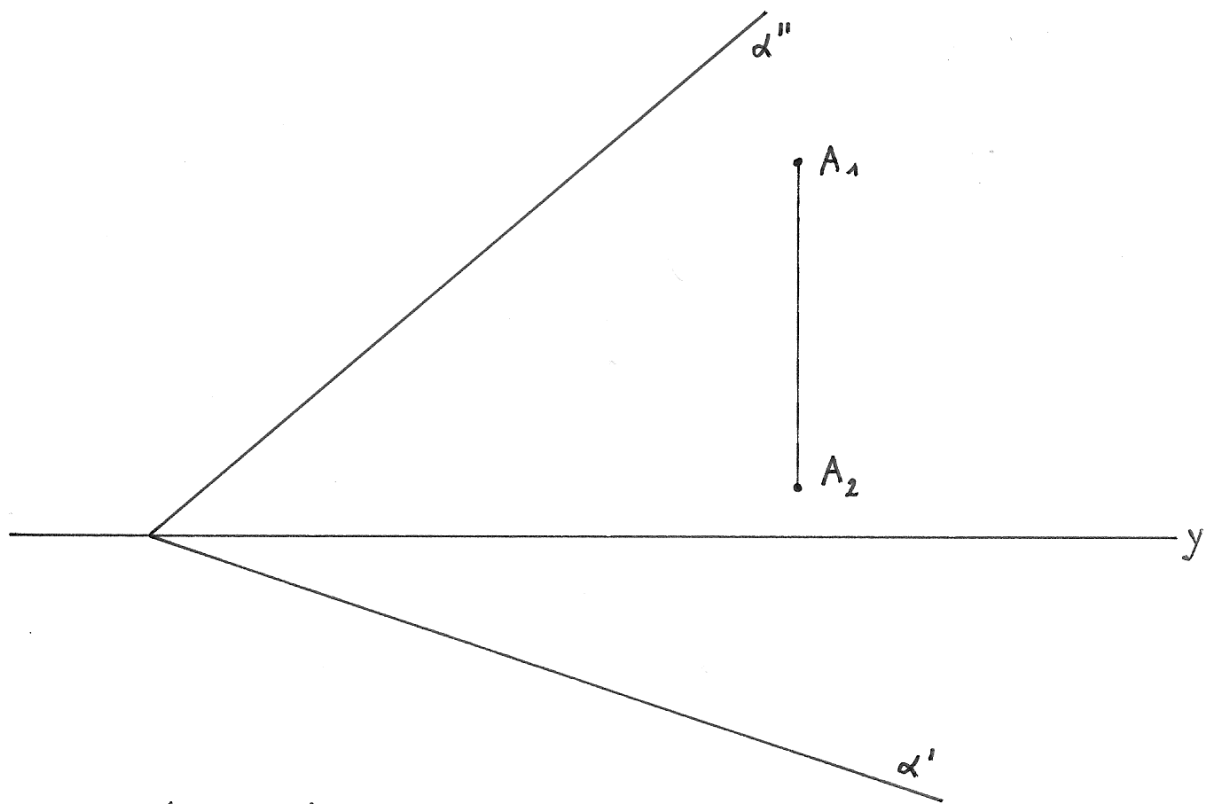
Rappels : 1) $n_1 \perp \alpha'$ et $n_2 \perp \alpha''$

2) $n_1 \perp h_1$ et $n_2 \perp f_2$, h (resp. f) étant une horizontale (resp. frontale) de α

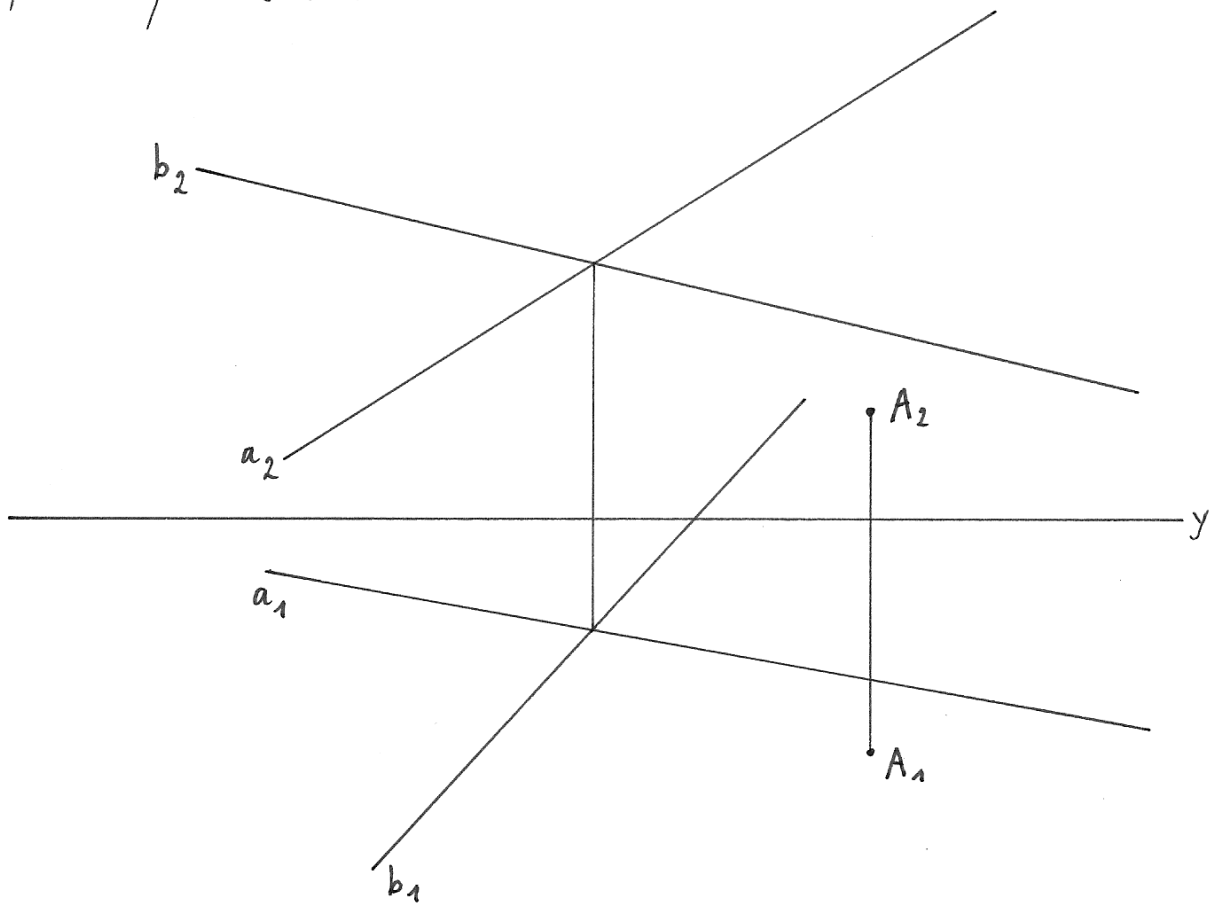


41. Construire le pied P de la normale n à α passant par A .

1)

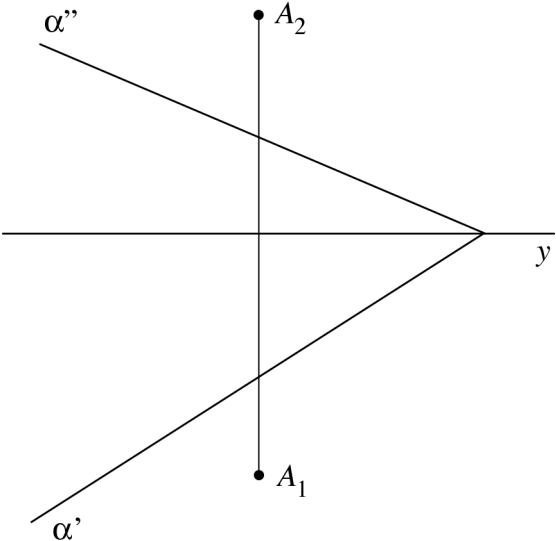


2) $\alpha = \text{plan}(a, b)$

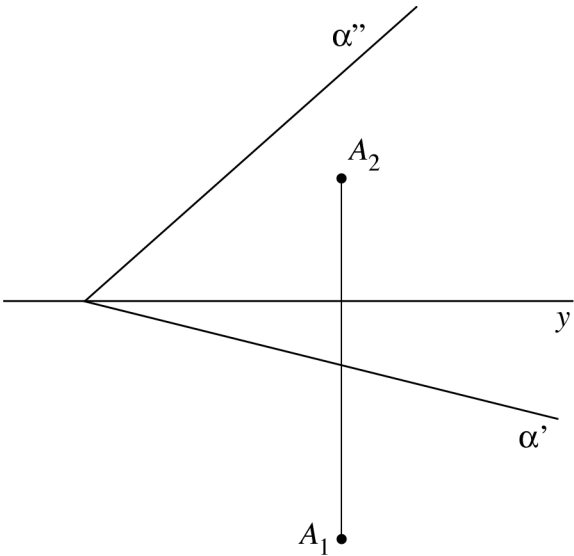


42. Construire le pied P de la normale n abaissée de A sur le plan α .

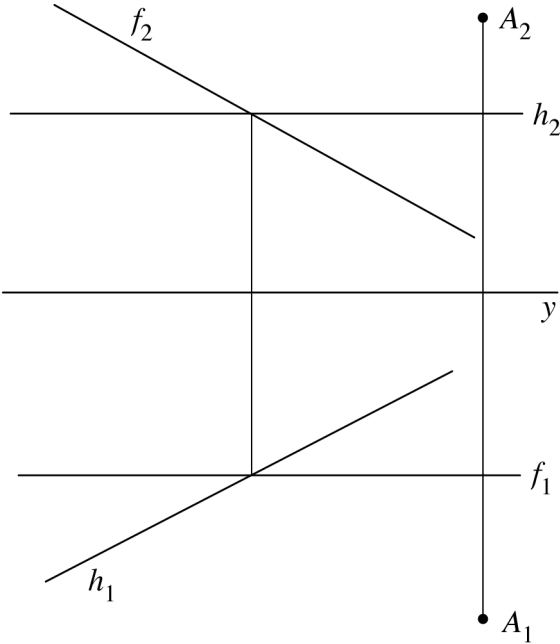
a)



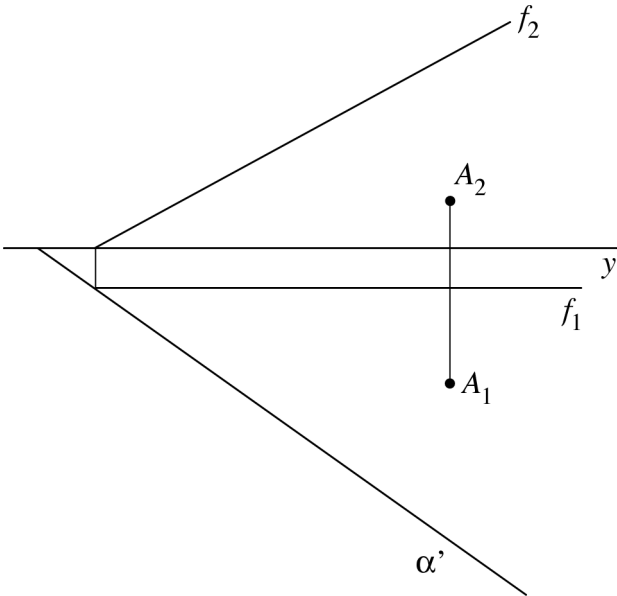
b)



c) $\alpha = \pi(h ; f)$

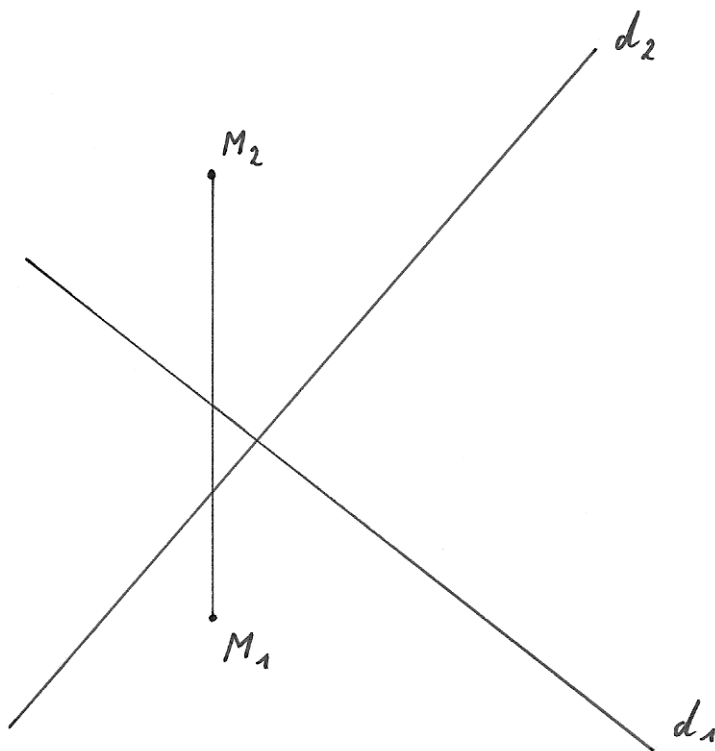


d) $\alpha = \pi(\alpha' ; f)$

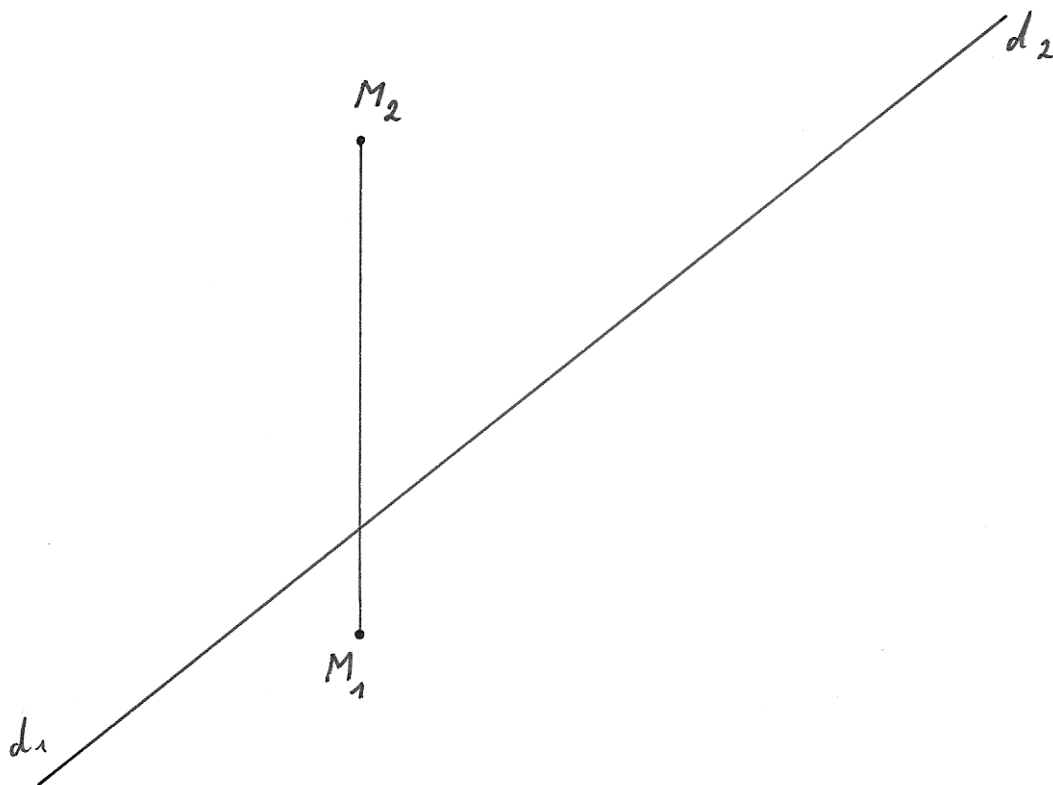


43. Construire la projection P du point M sur la droite d . [Il faut construire le plan α perpendiculaire à d par M , puis l'intersection de α avec d .]

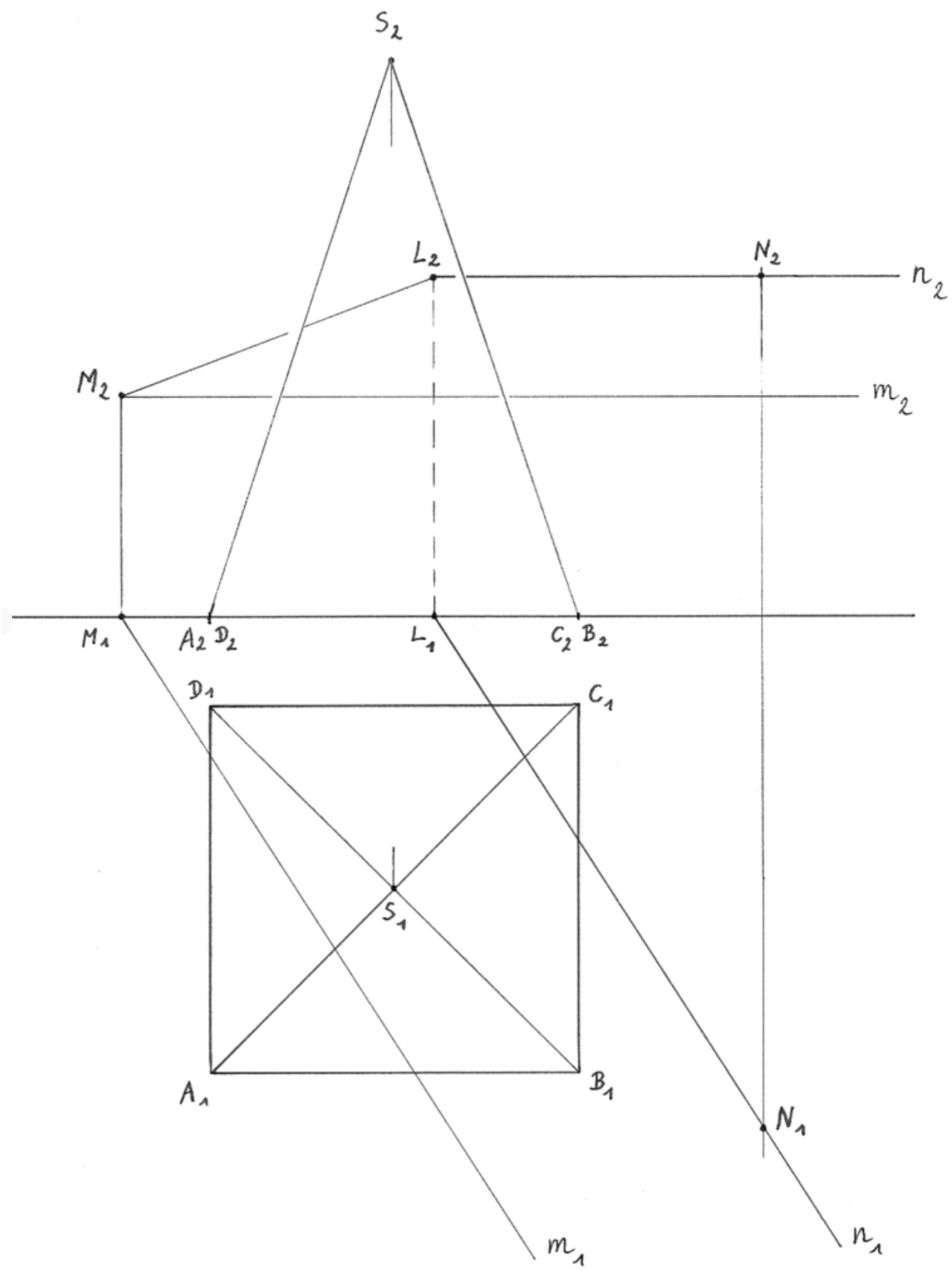
1)



2)

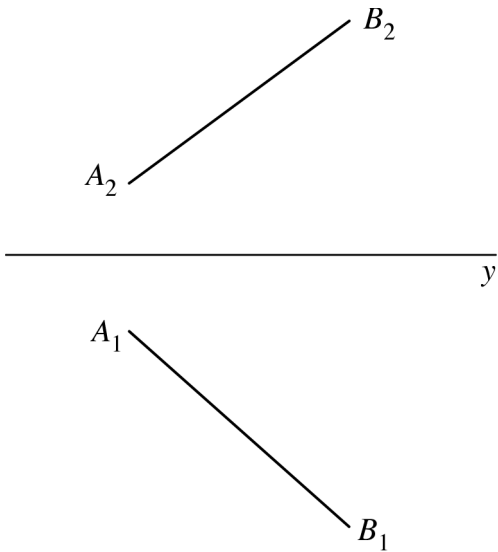


44. Construire l'intersection de la pyramide régulière $SABCD$ avec le plan LMN .

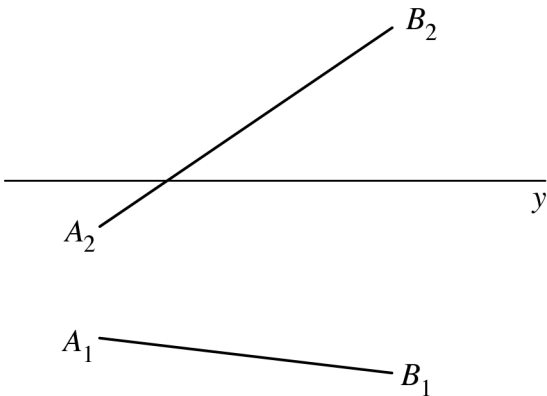


45. Construire la vraie grandeur $\delta(A, B)$ du segment AB .

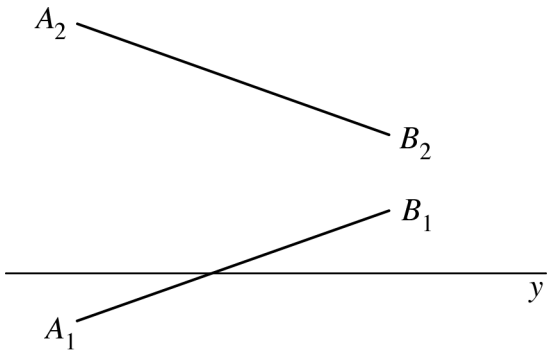
a)



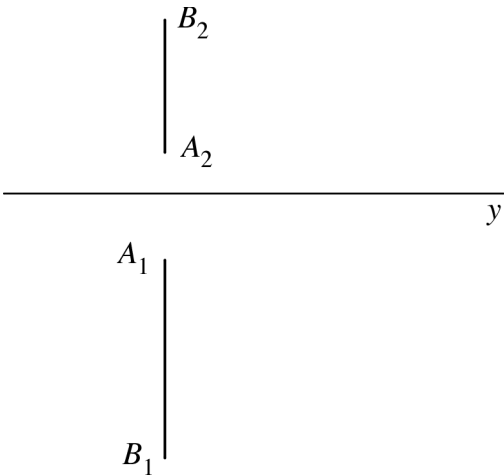
b)



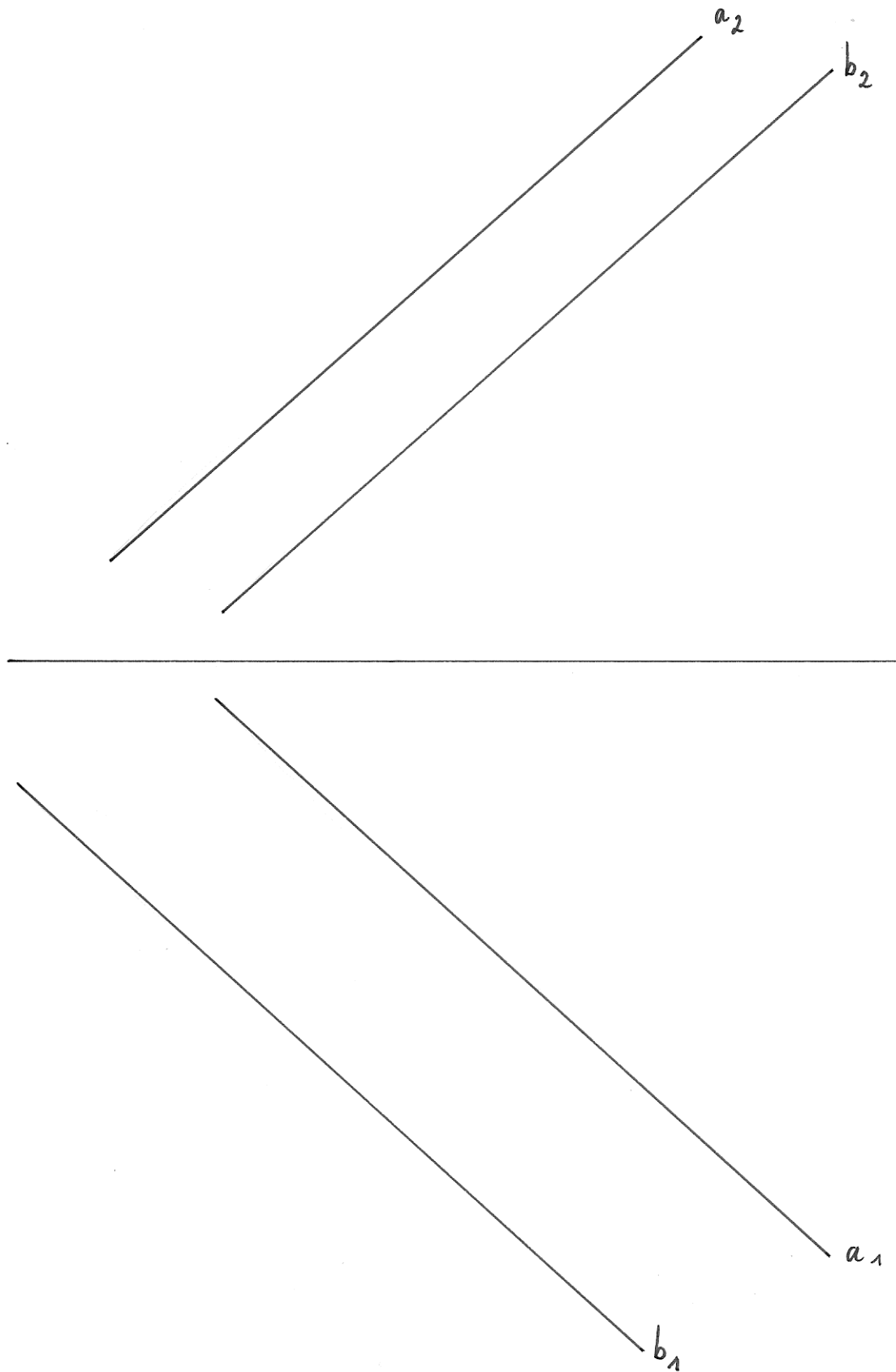
c)



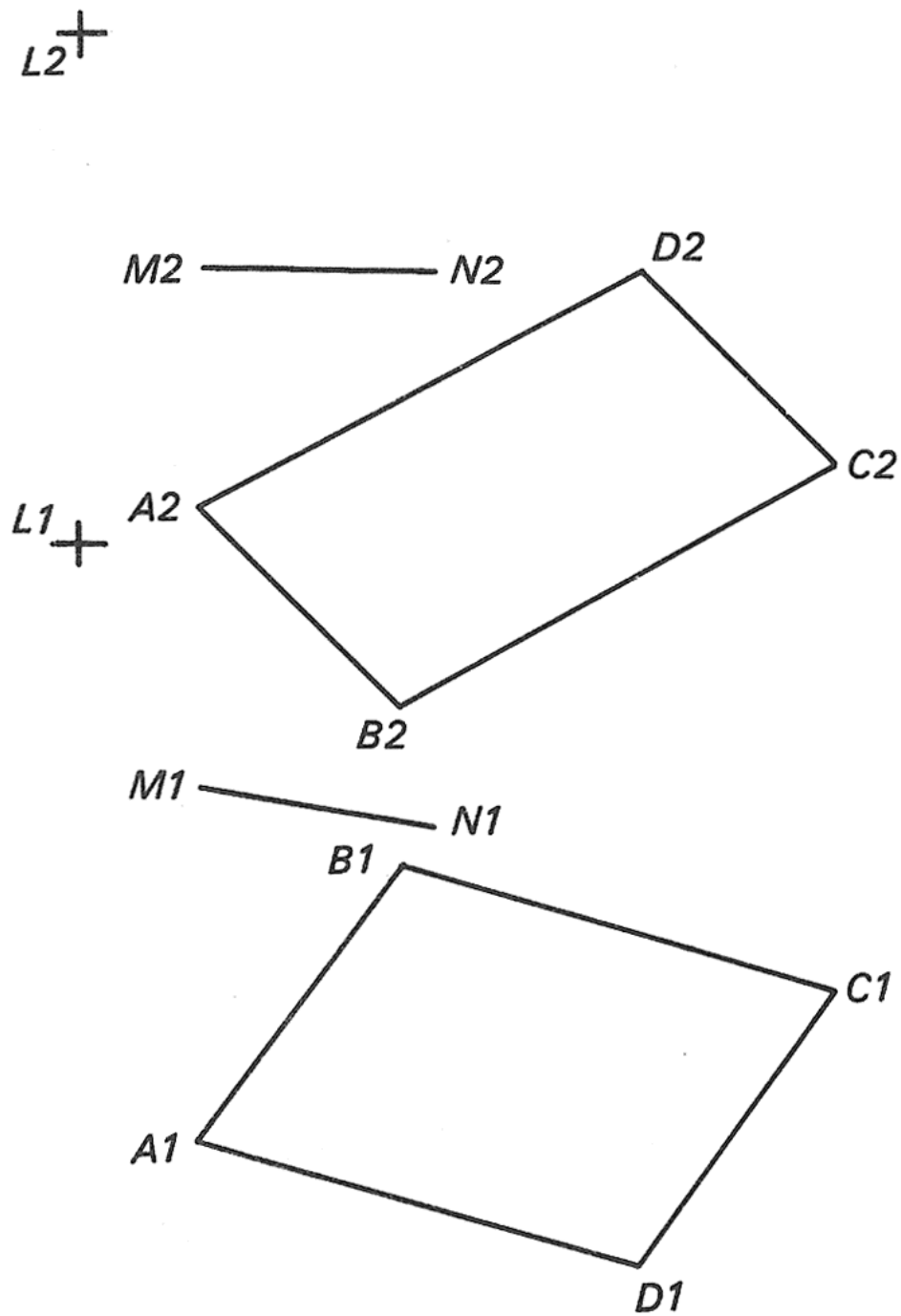
d)



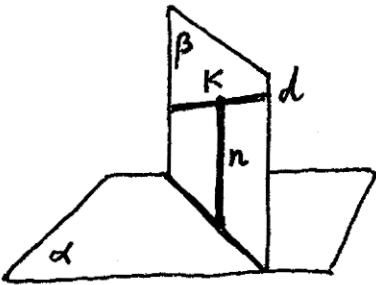
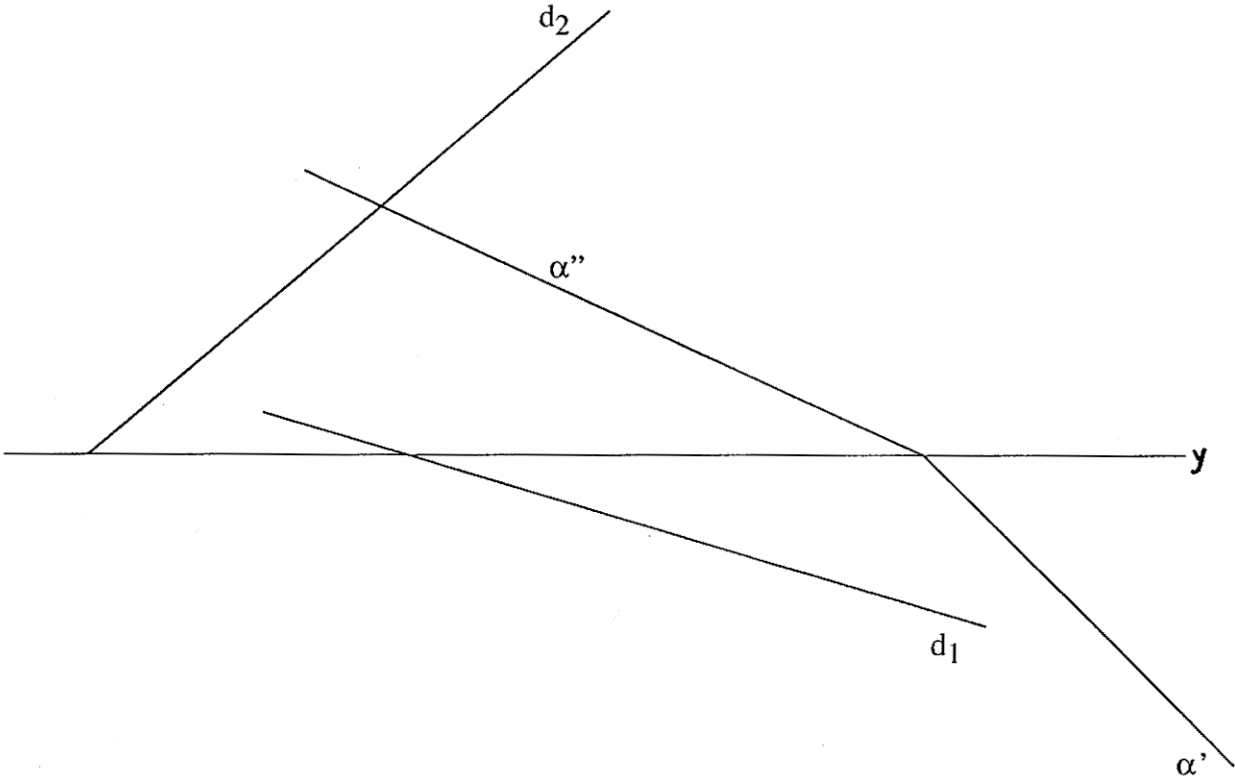
46. Construire la distance $\delta(a, b)$ des parallèles a et b . [Couper ces parallèles par un plan α perpendiculaire à a et à b .]



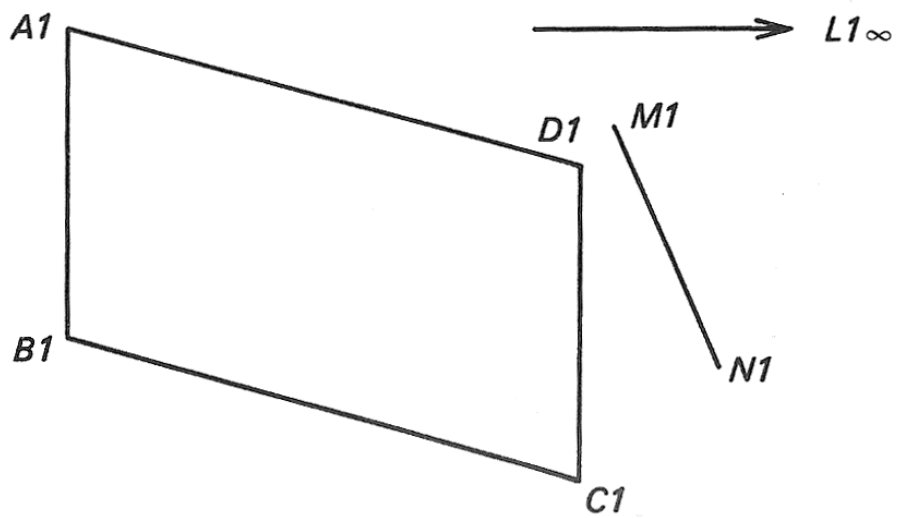
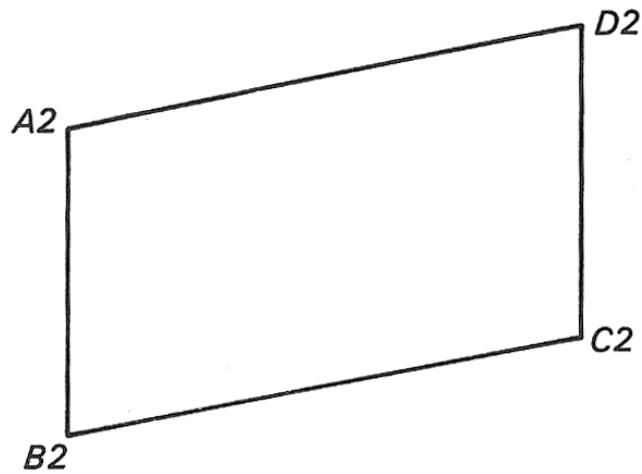
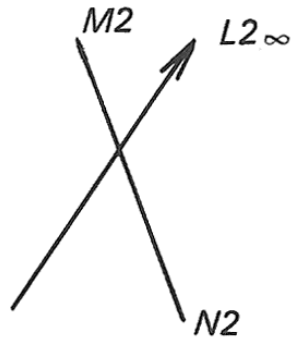
47. Soit L une source lumineuse. Construire l'ombre du segment MN sur le parallélogramme $ABCD$.



48. Construire les traces du plan β contenant la droite d et perpendiculaire au plan α .

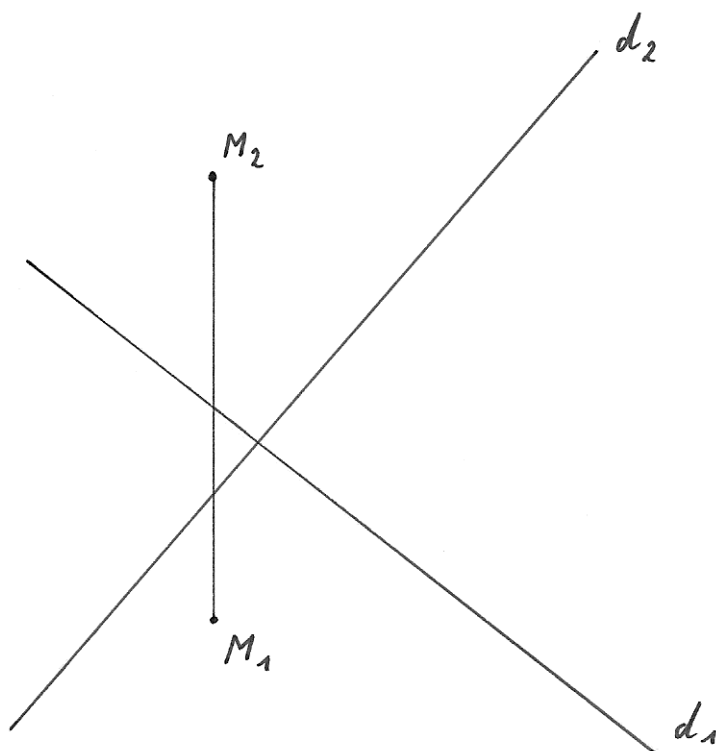


49. Soit L une source lumineuse. Construire l'ombre du segment MN sur le parallélogramme $ABCD$.

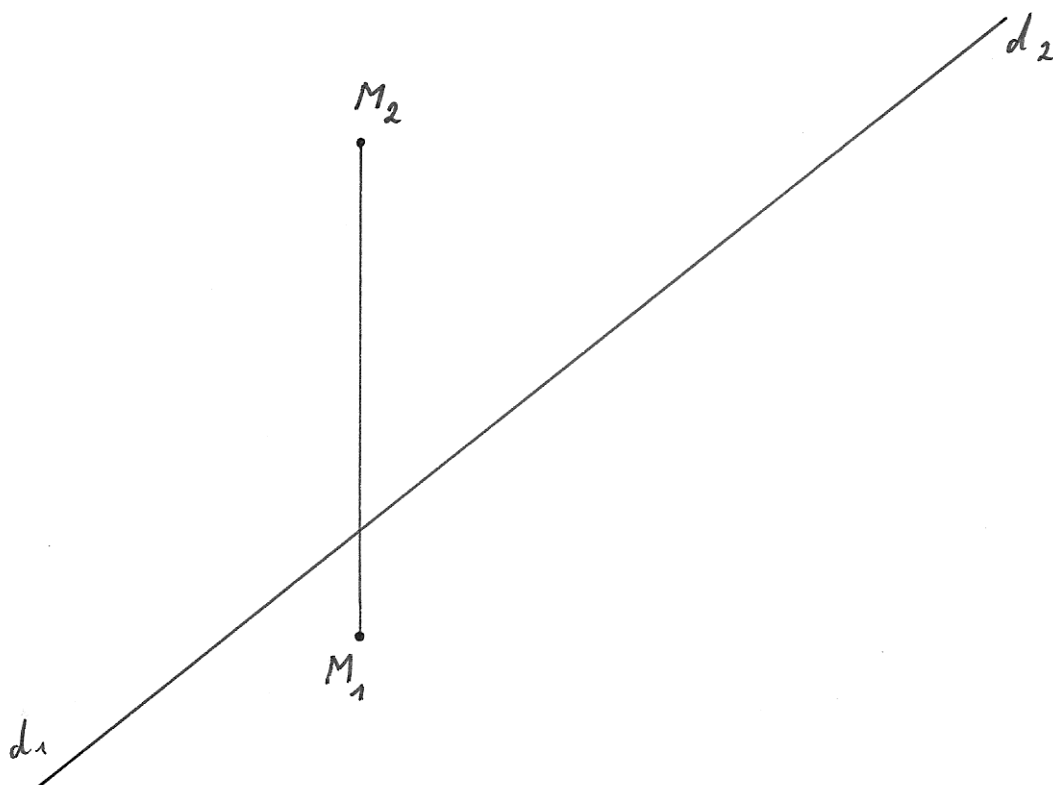


50. Construire la projection P de M sur la droite d , puis déterminer $\delta(M, d)$.

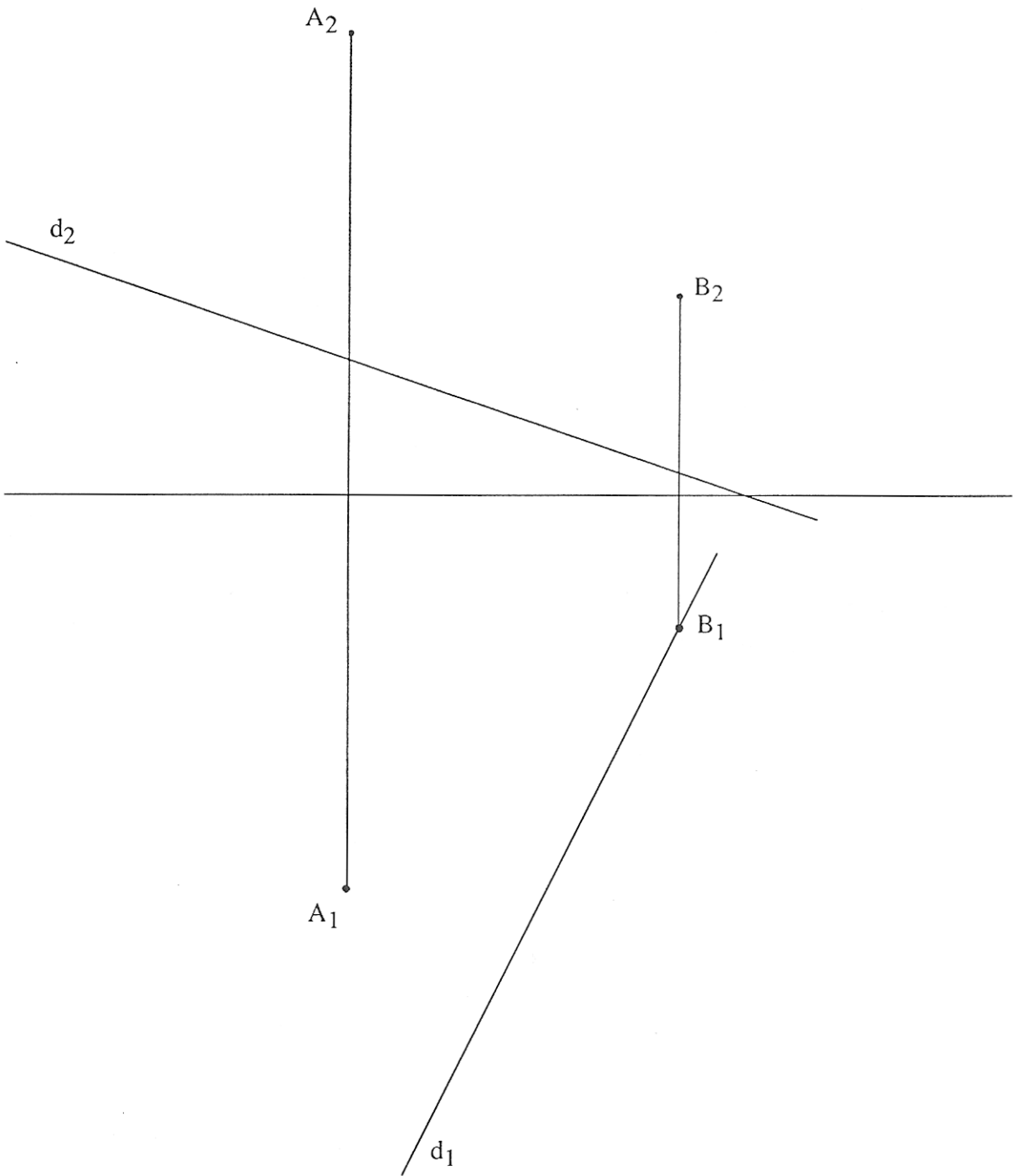
1)



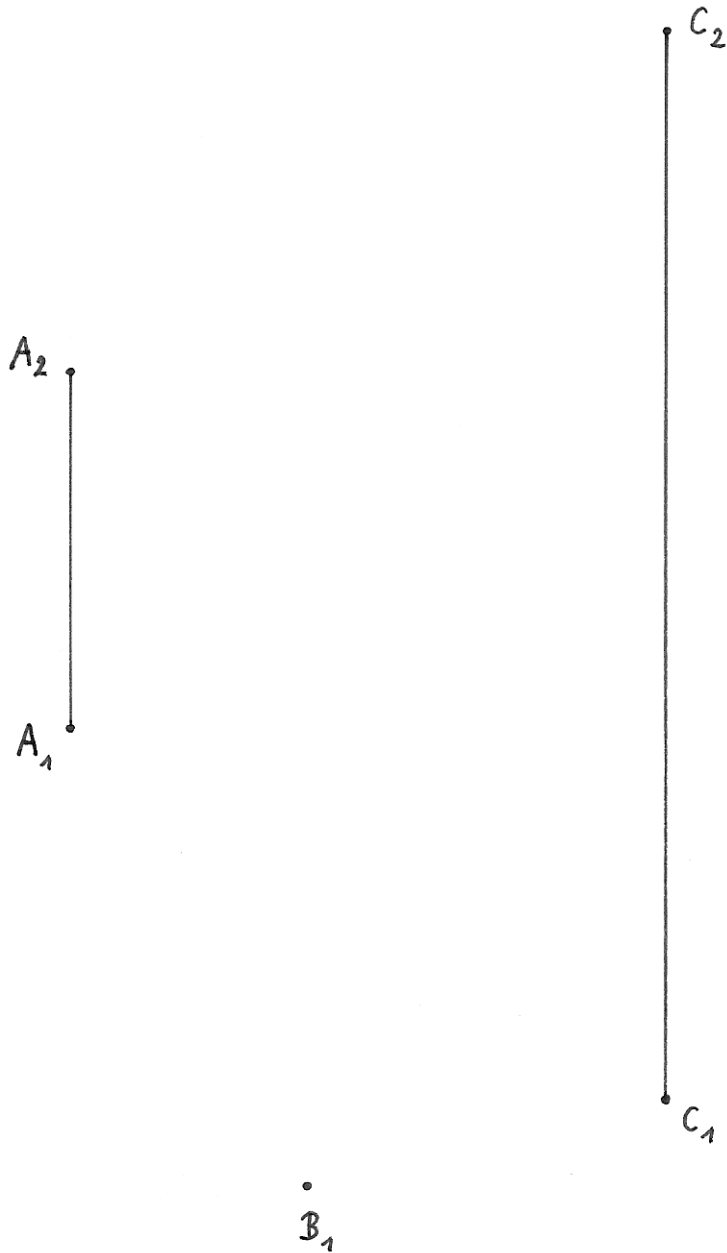
2)



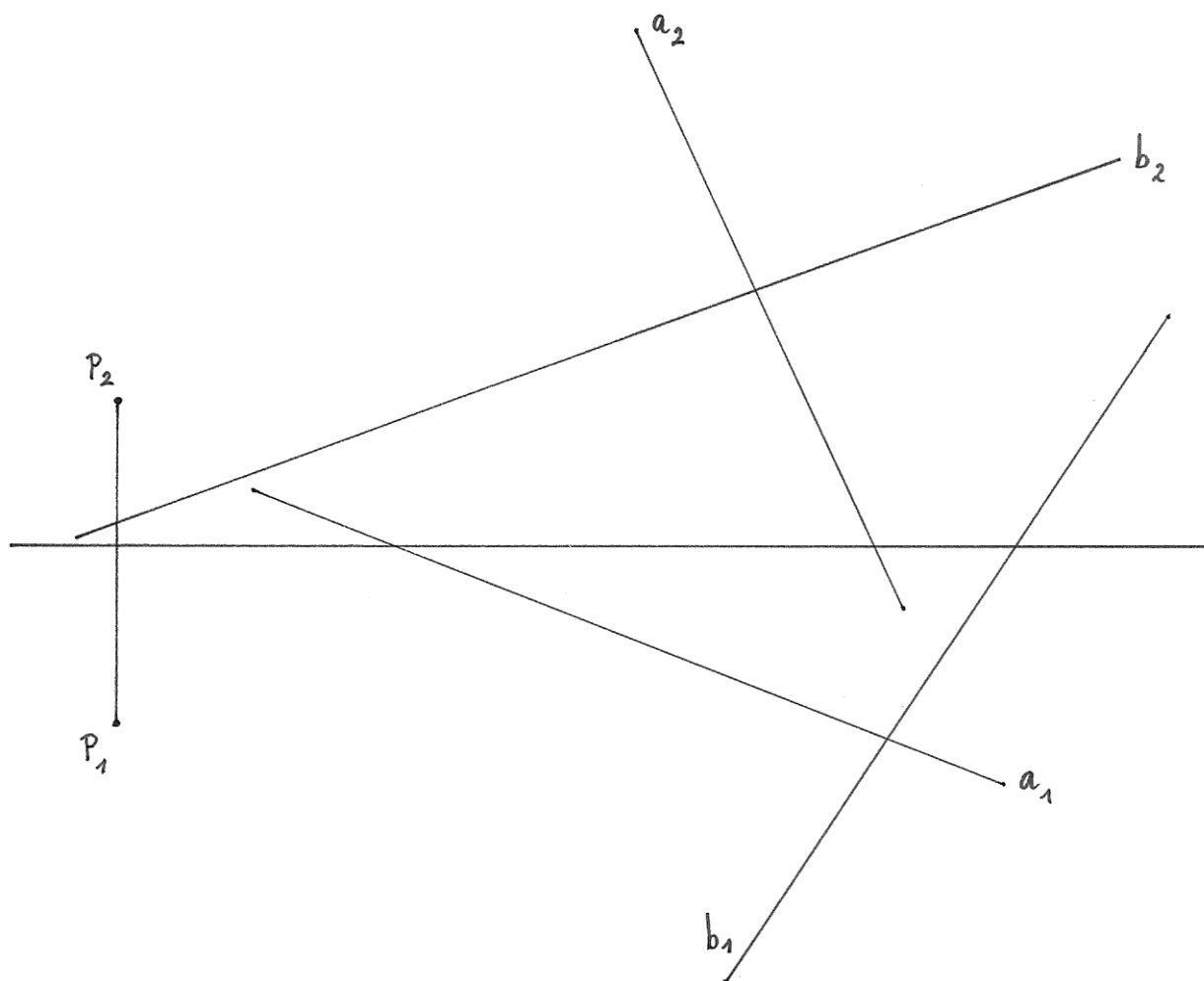
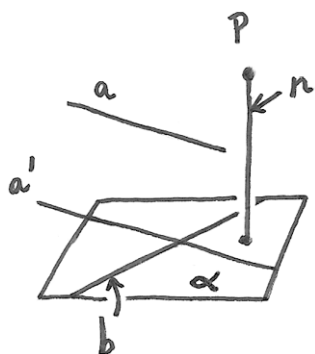
51. Construire un triangle isocèle ABC de sommet C , sachant que C appartient à d .



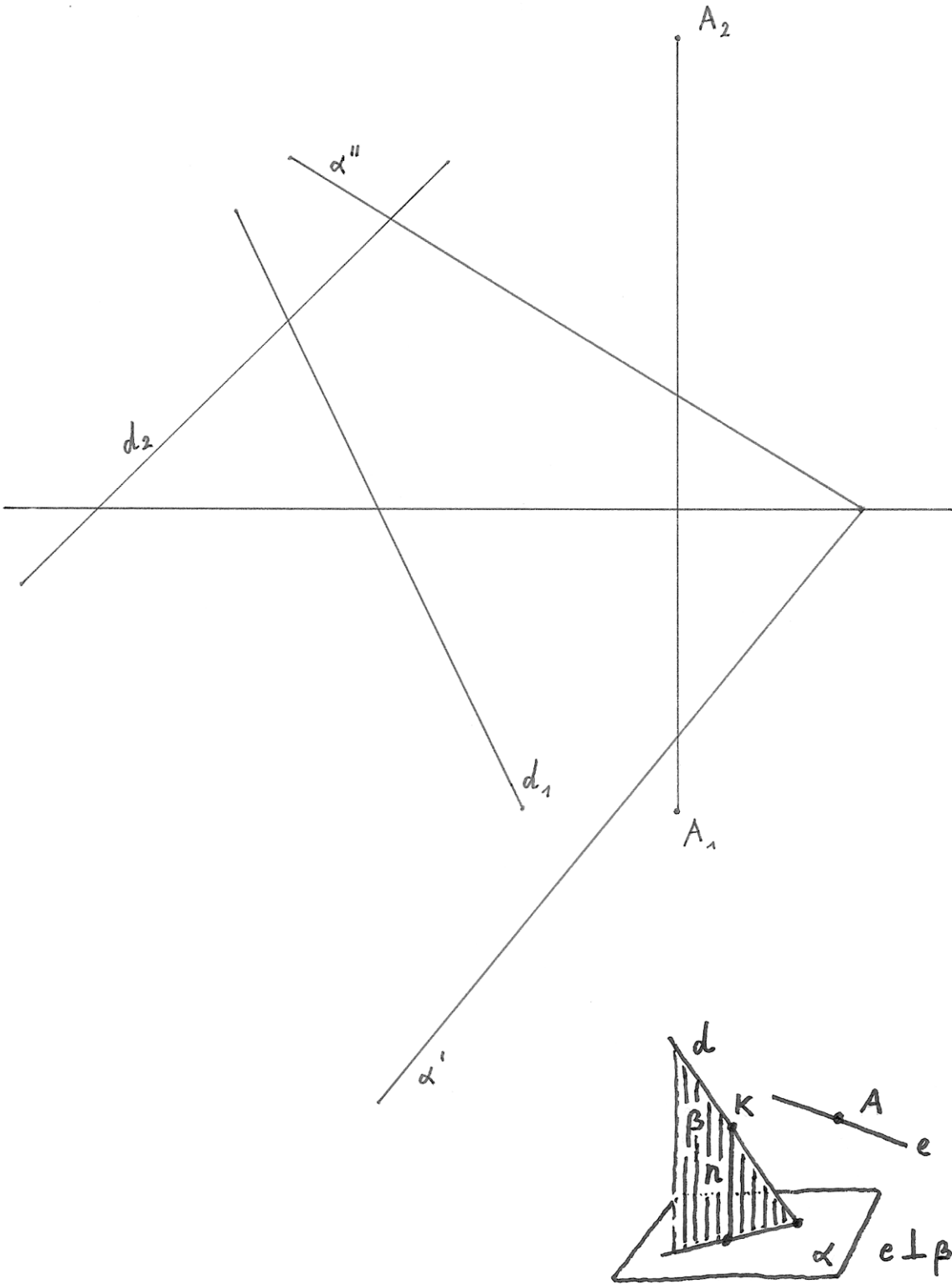
52. Construire le losange $ABCD$.



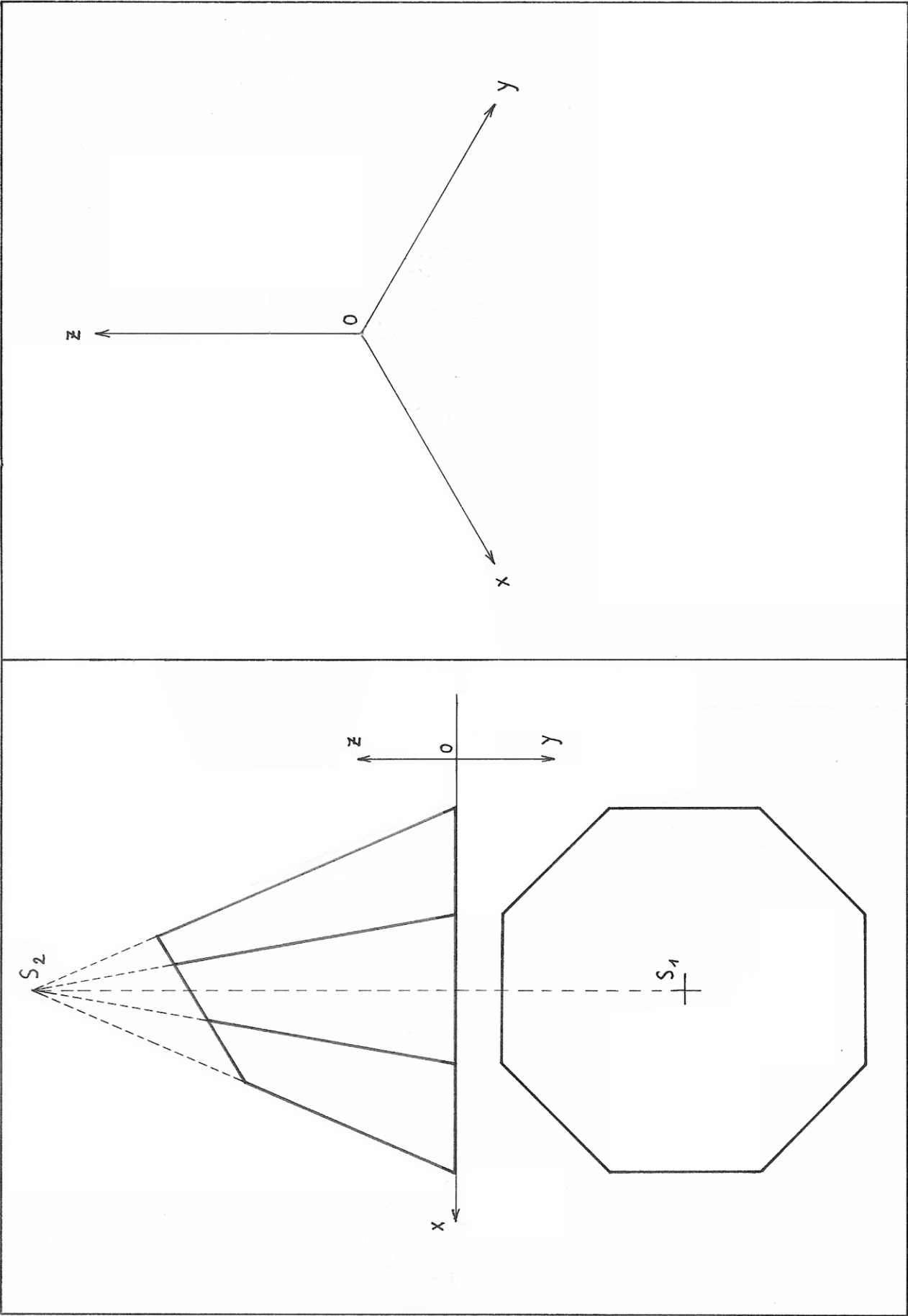
53. Construire une droite n passant par P et orthogonale à a et à b .



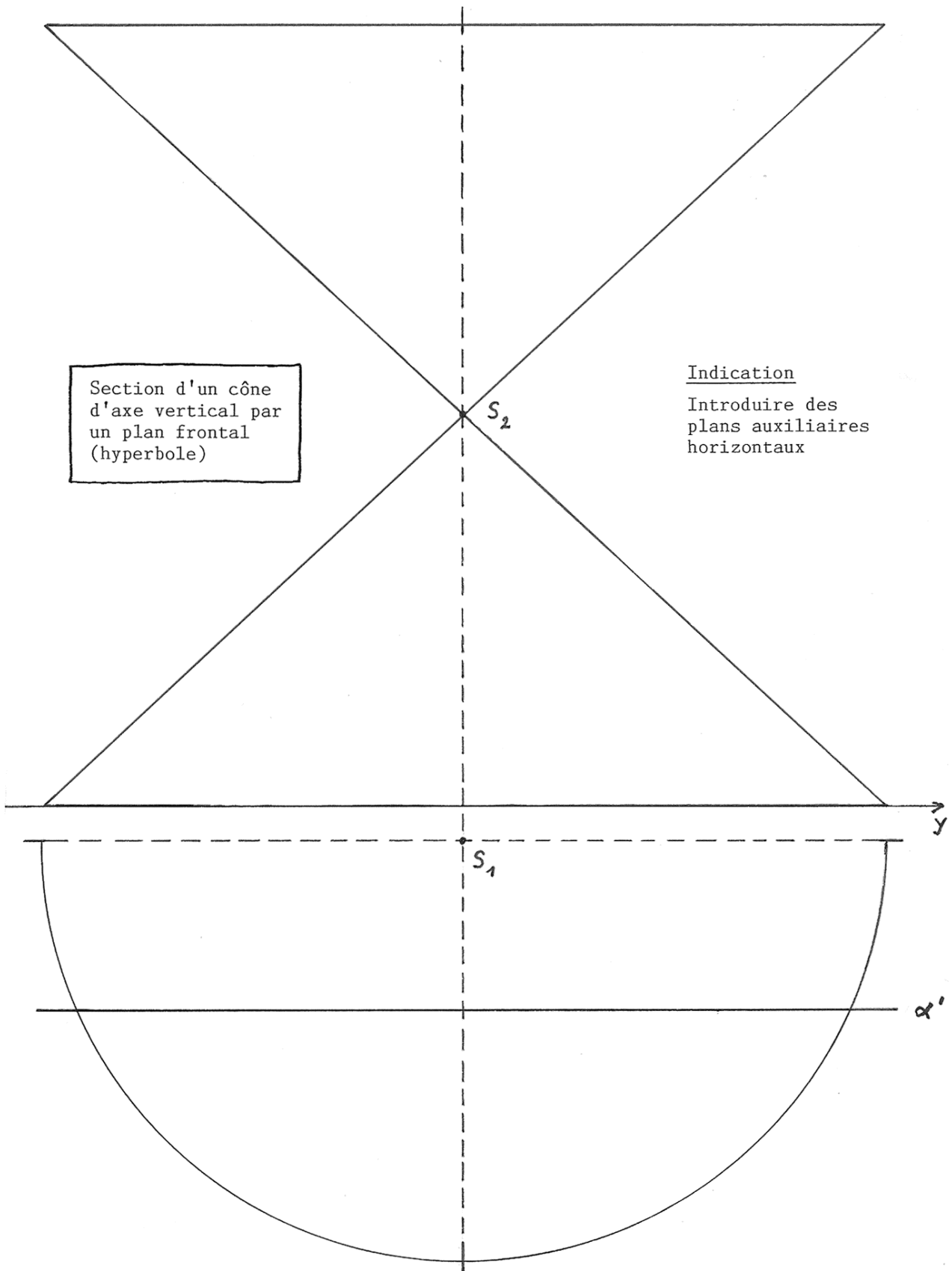
54. Construire la droite e passant par A , parallèle à α et orthogonale à d .



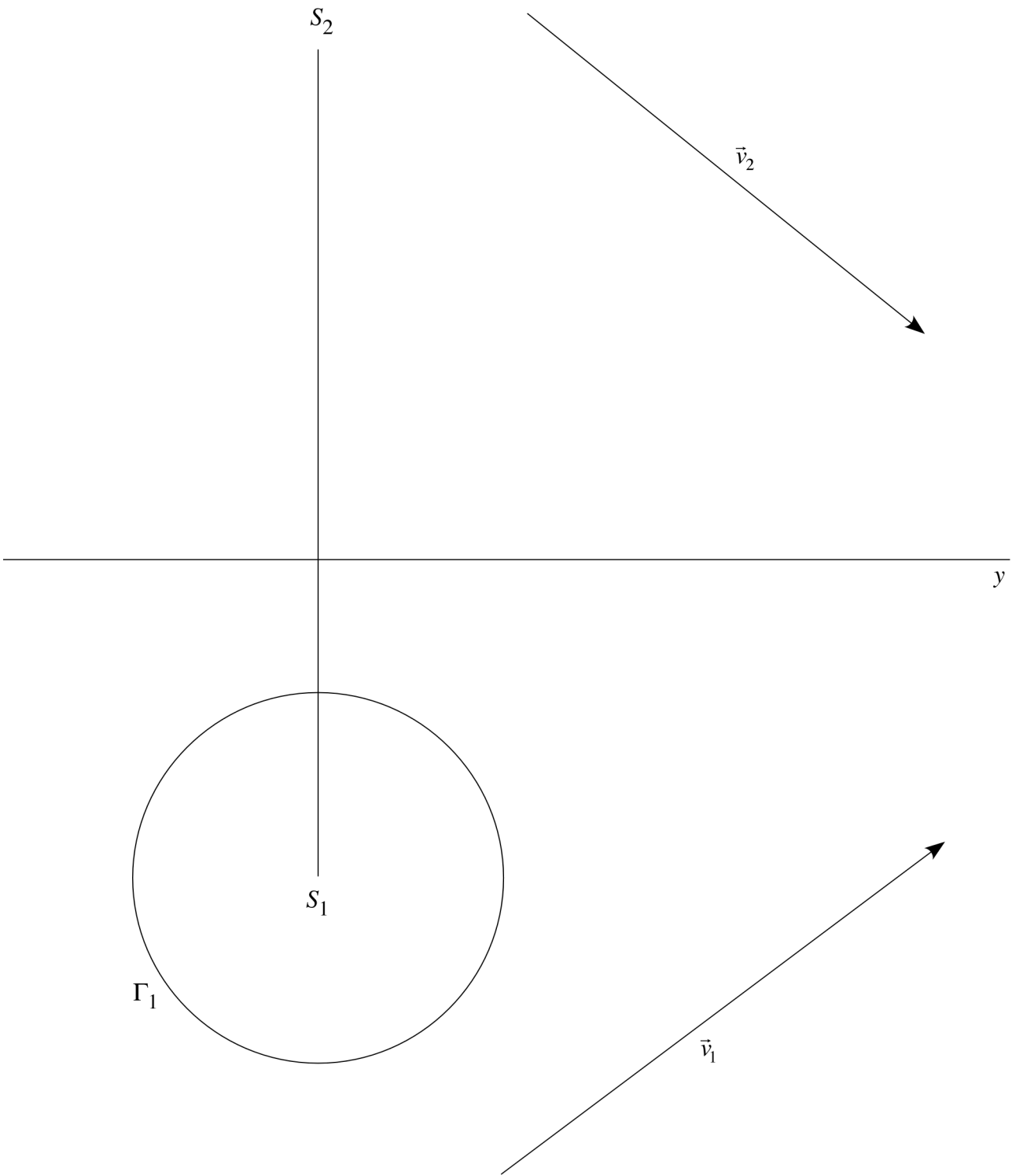
55. Compléter les projections de Monge, puis construire l'axonométrie isométrique de ce tronc de pyramide régulière.



56. Construire la section du cône par le plan frontal α .



57. On considère un cône de révolution (K) de sommet S et de cercle de base Γ situé dans le sol. (K) est éclairé par une lumière parallèle de sens $\vec{v}$. Construire l'ombre portée de K sur le sol et sur le mur, ainsi que l'ombre propre.



58. Une sphère de centre O est éclairée par une lumière parallèle de sens $\vec{v}$. Construire son ombre sur le sol et son ombre propre.

